Solución de ejercicios impares sección 2.1

Ejercicio 1

a) $2x^2+3x=3x+1$ Posee una variable.	b) $\frac{3x+1}{2}=\frac{3x-1}{4}$ Posee una variable.
c) $2t^2+4t+6=0$ Posee una variable.	d) $x^2+y^2=m^2$ Posee tres variables.
e) $m^2+n^2=6$ Posee dos variables.	f) $\frac{3x+2y}{6}=y+x$ Posee dos variables.

Ejercicio 2

a)	Dado que para ningún valor de la variable la ecuación se indefine se tiene que el dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}$. Además, esta ecuación es lineal porque es equivalente a $3x-3=0$.
b)	$\mathbb{R}$
c)	Como para $x=-1$ la expresión $\frac{2}{x+1}$ se indefine (el denominador se hace 0), entonces se tiene que el dominio de la variable es $\mathbb{R}-\{-1\}$.
d)	$\mathbb{R}$
e)	$x\left(x^2-7\right)+\left(5x^2+3x+1\right)=11x^2+24x+10$ Dado que para ningún valor de la variable la ecuación se indefine se tiene que el dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}$.

f)	$\mathbb{R}-\{0,1\}$
g)	Para $x=2$ la expresión $\frac{x+1}{x-2}$ se indefine y $x=7$ indefine a $\frac{3}{x-7}$, entonces se tiene que el dominio de la variable es $\mathbb{R}-\{2,7\}$.
h)	$\mathbb{R}-\left\{-19,\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right\}$
i)	Dado que $\frac{x^2+1}{x^2-2x}+\frac{3}{x^2-49}=\frac{1}{3x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x(x-2)}+\frac{3}{(x-7)(x+7)}=\frac{1}{3x+1}$, note que $\frac{x^2+1}{x(x-2)}$ se indefine si $x=0$ o si $x=2$, además $\frac{3}{(x-7)(x+7)}$ se indefine para $x=7$ y $x=-7$ y $\frac{1}{3x+1}$ se indefine si $x=\frac{-1}{3}$, entonces se tiene que el dominio de la variable es $\mathbb{R}-\left\{-7,\frac{-1}{3},0,2,7\right\}$.
j)	$\mathbb{R}-\left\{-a,\frac{-b}{2}\right\}$

k) Dado que

$$\frac{x+3}{x^2-2x+1}+\frac{x}{x^2-25}=\frac{1}{3x+1}-\frac{4x}{5x^2+7x} \Leftrightarrow \frac{x+3}{(x-1)^2}+\frac{x}{(x+5)(x-5)}=\frac{1}{3x+1}-\frac{4x}{x(5x+7)}$$

a. Si $x=1$ la expresión $\frac{x+3}{(x-1)^2}$ se indefine.

b. Para $x=5$ ó $x=-5$ la expresión $\frac{x}{(x+5)(x-5)}$ se indefine.

c. Para $x=\frac{-1}{3}$ la expresión $\frac{1}{3x+1}$ se indefine

d. Si $x=0$ ó $x=\frac{-7}{5}$ la expresión $\frac{4x}{x(5x+7)}$ se indefine.

e. Entonces se tiene que el dominio de la variable es $\mathbb{R}-\left\{-5,\frac{-7}{5},\frac{-1}{3},0,1,5\right\}$.

Ejercicio 3

a) $4x+5(x+1)=9x+5$, para $x=1$

- Al sustituir y resolver se tiene
  - Al lado izquierdo $4(1)+5(1+1)=4+5\cdot 2=4+10=14$
  - Al lado derecho $9(1)+5=9+5=14$

  Dado que se cumple la igualdad, entonces $x=1$ es solución de la ecuación.

b) No.

c)	Al sustituir y resolver se tiene • Al lado izquierdo $2(375)-\left[375-(375-50)\right]=750-[375-325]=750-50=700$ • Al lado derecho $375-(800-3\cdot 375)=375-(800-1125)=375--325=700$ Dado que se cumple la igualdad, entonces $m=375$ es solución de la ecuación.
d)	Sí.
e)	Al sustituir y resolver se tiene ▪ Al lado izquierdo $\frac{6(-1)-5}{11}=\frac{-6-5}{11}=\frac{-11}{11}=-1$ ▪ Al lado derecho $\frac{-4(-1)+5}{3}-4=\frac{4+5}{3}-4=\frac{9}{3}-4=3-4=-1$ Dado que se cumple la igualdad, entonces $a=-1$ es solución de la ecuación.
f)	Sí.

g) Al sustituir y resolver se tiene

- Al lado izquierdo

$$(-11)-3\left(\frac{2\cdot(-11)+1}{2}\right)=-11-3\left(\frac{-22+1}{2}\right)=-11-3\cdot\frac{-21}{2}=-11+\frac{63}{2}=\frac{-22+63}{2}=\frac{41}{2}$$

- Al lado derecho

$$3\left(\frac{-3\cdot(-11)-9}{3}-2+-11\right)-\frac{-11}{2}=3\left(\frac{33-9}{3}-13\right)+\frac{11}{2}=3\left(\frac{24}{3}-13\right)+\frac{11}{2}=-3\cdot-5+\frac{11}{2}=15+\frac{11}{2}$$

$$=\frac{30+11}{2}=\frac{41}{2}$$

Dado que se cumple la igualdad, entonces $x=-11$ es solución de la ecuación.

h) No.

i) Al sustituir y resolver se tiene $\frac{3(1)^2-5(1)+2}{3}=\frac{3\cdot1-5+2}{3}=\frac{3-5+2}{3}=\frac{0}{3}=0$.

Dado que se cumple la igualdad, entonces $x=1$ es solución de la ecuación.

j) No.

k)	Al sustituir y resolver se tiene ▪ Al lado izquierdo $\frac{(-7+1)^2}{3}-\frac{3(-7)}{2}=\frac{(-6)^2}{3}-\frac{-21}{2}=\frac{36}{3}+\frac{21}{2}=\frac{45}{2}$ ▪ Al lado derecho $-7+5-\left(3(-7)+\frac{2}{6}\right)=-7+5-\left(-21+\frac{2}{6}\right)=-7+5-\frac{-62}{3}=\frac{56}{3}$ Dado que no se cumple la igualdad, entonces $x=3$ no es solución de la ecuación.
l)	Sí.
m)	Al sustituir y resolver se tiene $3(-2)^3-5(-2)^2-4(-2)=3\cdot-8-5\cdot4+8=-24-20+8=-36$ Dado que no se cumple la igualdad, entonces $x=-2$ no es solución de la ecuación.
n)	Sí.

o)	Al sustituir y resolver se tiene ▪ Al lado izquierdo $4\sqrt{2(9)-1}=4\sqrt{18-1}=4\sqrt{17}$ ▪ Al lado derecho $\sqrt{30(9)+2}=\sqrt{270+2}=\sqrt{272}=4\sqrt{17}$ Como en ambos lados da la misma expresión, y la expresión $\sqrt{17}$ está definida en el conjunto de los números reales. Entonces $x=9$ es solución de la ecuación.
p)	No.
q)	Al sustituir y resolver se tiene ▪ Al lado izquierdo $\sqrt{(6)+3}+\sqrt{(6)+10}=\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$ ▪ Al lado derecho $\sqrt{2(6)+24}=\sqrt{12+24}=\sqrt{36}=6$ Como no se cumple la igualdad, entonces $x=6$ no es solución de la ecuación.
r)	Sí.
s)	Al sustituir y resolver se tiene ▪ Al lado izquierdo $\dfrac{4\left(\frac{7-\sqrt{57}}{4}\right)+1}{2\left(\frac{7-\sqrt{57}}{4}\right)-3}=\dfrac{7-\sqrt{57}+1}{\frac{7-\sqrt{57}}{2}-3}=\dfrac{7-\sqrt{57}+1}{\frac{7-\sqrt{57}-6}{2}}=\dfrac{8-\sqrt{57}}{\frac{1-\sqrt{57}}{2}}=\dfrac{16-2\sqrt{57}}{1-\sqrt{57}}=\dfrac{7-\sqrt{57}}{4}$

Recuerde que al racionalizar

$$\frac{16-2\sqrt{57}}{1-\sqrt{57}}=\frac{16-2\sqrt{57}}{1-\sqrt{57}}\cdot\frac{1+\sqrt{57}}{1+\sqrt{57}}=\frac{16+14\sqrt{57}-114}{1-57}=\frac{-98+14\sqrt{57}}{-56}=\frac{-14\left(7-\sqrt{57}\right)}{-56}=\frac{7-\sqrt{57}}{4}$$

- Al lado derecho

$$\frac{6\left(\frac{7-\sqrt{57}}{4}\right)+1}{2\left(\frac{7-\sqrt{57}}{4}\right)-1}=\frac{\frac{42-6\sqrt{57}}{4}+1}{\frac{14-2\sqrt{57}}{4}-1}=\frac{\frac{42-6\sqrt{57}+4}{4}}{\frac{14-2\sqrt{57}-4}{4}}=\frac{\frac{46-6\sqrt{57}}{4}}{\frac{10-2\sqrt{57}}{4}}=\frac{\frac{2\left(23-3\sqrt{57}\right)}{4}}{\frac{2\left(5-\sqrt{57}\right)}{4}}=\frac{23-3\sqrt{57}}{5-\sqrt{57}}$$
$$=\frac{7-\sqrt{57}}{4}$$

Dado que se cumple la igualdad, entonces $x=\frac{7-\sqrt{57}}{4}$ es solución de la ecuación.

t) Sí.

u)	Al sustituir y resolver se tiene ▪ Al lado izquierdo $\dfrac{2\left(\frac{-7}{2}+7\right)}{\frac{-7}{2}-3}=\dfrac{2\left(\frac{-7+14}{2}\right)}{\frac{-7-6}{2}}=\dfrac{2\left(\frac{7}{2}\right)}{\frac{-13}{2}}=\dfrac{\frac{7}{1}}{\frac{-13}{2}}=\dfrac{-14}{13}$ ▪ Al lado derecho $\dfrac{3\left(\frac{-7}{2}\right)}{\frac{-7}{2}-3}-\dfrac{5\left(\frac{-7}{2}\right)}{\frac{-7}{2}-3}=\dfrac{\frac{-21}{2}}{\frac{-7-6}{2}}-\dfrac{\frac{-35}{2}}{\frac{-7-6}{2}}=\dfrac{\frac{-21}{2}}{\frac{-13}{2}}-\dfrac{\frac{-35}{2}}{\frac{-13}{2}}=\dfrac{21}{13}-\dfrac{35}{13}=\dfrac{-14}{13}$ Dado que se cumple la igualdad, entonces $n=\frac{-7}{2}$ es solución de la ecuación.
v)	No.

Ejercicio 4

a)	$\frac{V_1}{V_2}=\frac{P_1}{P_2}$, despejar la variable P_2. Como $\frac{V_1}{V_2}=\frac{P_1}{P_2} \Leftrightarrow P_2 \cdot V_1 = P_1 \cdot V_2 \Leftrightarrow P_2=\frac{P_1 \cdot V_2}{V_1}$
b)	$y_1 = y_2 - m\cdot\left(x_2 - x_1\right)$
c)	$z=\frac{x-\overline{x}}{s}$, despejar la variable $\overline{x}$. Como $z=\frac{x-\overline{x}}{s} \Leftrightarrow z\cdot s = x-\overline{x} \Leftrightarrow \overline{x}=x-z\cdot s$

d) $a=\dfrac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$	
e) $\dfrac{E}{e}=\dfrac{R+r}{r}$, despejar la variable r. Como $\dfrac{E}{e}=\dfrac{R+r}{r}\Leftrightarrow Er=eR+er\Leftrightarrow Er-er=eR\Leftrightarrow r(E-e)=eR\Leftrightarrow r=\dfrac{eR}{E-e}$	
f) $\dfrac{s}{1+rt}=p$	
g) $R=\dfrac{c_t-c_0}{c_0}$, despejar la variable c_t. Como $R=\dfrac{c_t-c_0}{c_0}\Leftrightarrow Rc_0=c_t-c_0\Leftrightarrow Rc_0+c_0=c_t$	
h) $\pm\sqrt{\dfrac{2s}{a}}=t$	
i) $k=\dfrac{v}{su+v}$, despejar la variable v. Como $k=\dfrac{v}{su+v}\Leftrightarrow k\left(su+v\right)=v\Leftrightarrow ksu+kv=v\Leftrightarrow ksu=v-kv\Leftrightarrow ksu=v\left(1-k\right)\Leftrightarrow\dfrac{ksu}{1-k}=v$	
j) $i=\dfrac{M-c}{ct}$	

Ejercicio 5

a)

$$\frac{4p-5}{3}+\frac{6p-5}{11}=-4$$
$$\Leftrightarrow \frac{11(4p-5)+3(6p-5)}{33}=-4$$
$$\Leftrightarrow 44p-55+18p-15=-132$$
$$\Leftrightarrow 62p=-132+55+15$$
$$\Leftrightarrow 62p=-62$$
$$\Leftrightarrow p=\frac{-62}{62}$$
$$\Leftrightarrow p=-1$$

Por tanto $S=\{-1\}$.

b) $S=\left\{\frac{5}{4}\right\}$

$$\frac{3y+5}{4}-\frac{4y-11}{2}=\frac{5y-8}{3}$$ $$\Leftrightarrow \frac{3y}{4}+\frac{5}{4}-\frac{4y}{2}+\frac{11}{2}=\frac{5y}{3}-\frac{8}{3}$$ $$\Leftrightarrow \frac{3y}{4}-\frac{4y}{2}-\frac{5y}{3}=-\frac{8}{3}-\frac{5}{4}-\frac{11}{2}$$ $$\Leftrightarrow \frac{9y-24y-20y}{12}=\frac{-32-15-66}{12}$$ $$\Leftrightarrow \frac{-35y}{12}=\frac{-113}{12}$$ $$\Leftrightarrow y=\frac{-113\cdot 12}{12\cdot -35}$$ $$\Leftrightarrow y=\frac{113}{35}$$ Por tanto $S=\left\{\frac{113}{35}\right\}$.
c) $S=\left\{\frac{-11}{8}\right\}$

d) A $3n+11(2n-1)+3(2n+5)=\frac{n+7}{2}-7(3n+21)$ $\Leftrightarrow 3n+22n-11+6n+15=\frac{n+7}{2}-21n-147$ $\Leftrightarrow 31n+4+21n+147=\frac{n+7}{2}$ $\Leftrightarrow 52n+151=\frac{n+7}{2}$ $\Leftrightarrow 2(52n+151)=n+7$ $\Leftrightarrow 104n-n=7-302$ $\Leftrightarrow 103n=-295$ $\Leftrightarrow n=\frac{-295}{103}$ Por tanto $S=\left\{\frac{-295}{103}\right\}$.
e) $S=\{\ \}$

f) $$(2x+5)^2 - x\left(3x-\frac{11}{2}\right) = x(x+6)-17$$ $$\Leftrightarrow 4x^2+20x+25-3x^2+\frac{11x}{2} = x^2+6x-17$$ $$\Leftrightarrow x^2+\frac{51x}{2}+25 = x^2+6x-17$$ $$\Leftrightarrow x^2-x^2+\frac{51x}{2}-6x = -17-25$$ $$\Leftrightarrow \frac{39x}{2} = -42$$ $$\Leftrightarrow x = \frac{-42\cdot 2}{39}$$ $$\Leftrightarrow x = \frac{-84}{39}$$ $$\Leftrightarrow x = \frac{-28}{13}$$ Por tanto $S=\left\{\frac{-28}{13}\right\}$.	
g) $S=\{3\}$	

h) $$\begin{aligned} &\frac{6x-7}{4}+\frac{3x-5}{7}=\frac{5x+78}{28}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{7(6x-7)+4(3x-5)}{28}=\frac{5x+78}{28}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{42x-49+12x-20}{28}=\frac{5x+78}{28}\\ \Leftrightarrow\ &54x-69=\frac{28(5x+78)}{28}\\ \Leftrightarrow\ &54x-69=5x+78\\ \Leftrightarrow\ &54x-5x=78+69\\ \Leftrightarrow\ &49x=147\\ \Leftrightarrow\ &x=\frac{147}{49}\\ \Leftrightarrow\ &x=3 \end{aligned}$$ Por tanto $S=\{3\}$.	
i) $S=\{\ \}$	

j)

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\left(m+\frac{7}{5}\right)-\frac{7}{3}-\frac{10-20m}{15}=-\left(-2\left(1-\left(-m-\frac{1}{2}\right)\right)-(m-3)\right)$$
$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}+\frac{5m}{3}+\frac{7}{3}-\frac{7}{3}-\frac{10}{15}+\frac{20m}{15}=-\left(-2\left(1+m+\frac{1}{2}\right)-(m-3)\right)$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{5m}{3}+\frac{20m}{15}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{3}-\frac{7}{3}-\frac{10}{15}\right)=-\left(-2\left(m+\frac{3}{2}\right)-(m-3)\right)$$
$$\Leftrightarrow 3m=-((-2m-3)-(m-3))$$
$$\Leftrightarrow 3m=-(-2m-3-m+3)$$
$$\Leftrightarrow 3m=-(-3m)$$
$$\Leftrightarrow 3m=3m$$

Como la igualdad final es válida para cualquier número real se tiene que $S=\mathbb{R}$. Por tanto es una identidad.

k) $S=\left\{\frac{-121}{46}\right\}$.

l)

$$5[2(x-2)+(2x-1)]=10\left[\frac{3}{2}(x-2)+\left(\frac{x+1}{2}\right)\right]$$
$$\Leftrightarrow 5[2x-4+2x-1]=10\left[\frac{3x}{2}-3+\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right]$$
$$\Leftrightarrow 5[4x-5]=10\left[2x-\frac{5}{2}\right]$$
$$\Leftrightarrow 20x-25=20x-25$$
$$\Leftrightarrow 20x-20x=-25+25$$
$$\Leftrightarrow 0=0$$

Como la igualdad final es válida para cualquier número real se tiene que $S=\mathbb{R}$. Además se concluye que es una identidad.

Ejercicio 6

Como $x=4$ es solución se tiene que al sustituir la x por un 4, se tiene que

$$4(4)+7+2c=6c-3(4)+6$$
$$\Leftrightarrow 16+7+2c=6c-12+6$$
$$\Leftrightarrow 16+7+12-6=6c-2c$$
$$\Leftrightarrow 29=4c$$
$$\Leftrightarrow \frac{29}{4}=c$$

Por tanto el valor de c es $\frac{29}{4}$.

Ejercicio 7

a)	$12m^2-17m-7=0$ Al calcular el valor del discriminante se tiene $\Delta=(-17)^2-4(12)(-7)\Rightarrow\Delta=289+336=625>0$ Como es mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones que corresponden a $m=\frac{-(-17)\pm\sqrt{625}}{2\cdot 12}\Leftrightarrow m=\frac{17\pm 25}{24}\Leftrightarrow\begin{cases} m_1=\frac{17+25}{24}=\frac{42}{24}=\frac{7}{4} \\ m_2=\frac{17-25}{24}=\frac{-8}{24}=\frac{-1}{3}\end{cases}$ Por tanto $S=\left\{\frac{-1}{3},\frac{7}{4}\right\}$.
b)	$S=\{-3\}$

c)	$k^2+k-42=0$ Dado que $k^2+k-42=0 \Leftrightarrow (k+7)(k-6)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} k+7=0 \Leftrightarrow k=-7 \\ k-6=0 \Leftrightarrow k=6 \end{cases}$ Por tanto $S=\{-7,6\}$.
d)	$S=\left\{\frac{7-\sqrt{57}}{2},\frac{7+\sqrt{57}}{2}\right\}$
e)	$(x+1)(x-1)=2(x+5)+4$ Dado que $\begin{aligned} &(x+1)(x-1)=2(x+5)+4 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-1=2x+10+4 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-2x-1-10-4=0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-2x-15=0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-5)(x+3)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} x-5=0 \Leftrightarrow x=5 \\ x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \end{cases} \end{aligned}$ Por tanto $S=\{-3,5\}$.
f)	$S=\{-0,8;0,6\}=\left\{\frac{-4}{5},\frac{3}{5}\right\}$

g)	$y^2 - 6\sqrt{2}y = -1$ Dado que $y^2 - 6\sqrt{2}y = -1 \Leftrightarrow y^2 - 6\sqrt{2}y + 1 = 0$ al calcular el valor del discriminante se tiene $\Delta = \left(-6\sqrt{2}\right)^2 - 4(1)(1) \Rightarrow \Delta = 72 - 4 = 68$. Como es mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones que corresponden a $y = \dfrac{-\left(-6\sqrt{2}\right) \pm \sqrt{68}}{2 \cdot 1} \Rightarrow y = \dfrac{6\sqrt{2} \pm 2\sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = \dfrac{6\sqrt{2} - 2\sqrt{17}}{2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{17} \\ t_2 = \dfrac{6\sqrt{2} + 2\sqrt{17}}{2} = 3\sqrt{2} + \sqrt{17} \end{cases}$ Por tanto $S = \left\{3\sqrt{2} - \sqrt{17}, 3\sqrt{2} + \sqrt{17}\right\}$.
h)	$S = \left\{\dfrac{-55 - \sqrt{61}}{114}, \dfrac{-55 + \sqrt{61}}{114}\right\}$

i)	$2x^2-3x=6x^2-6x-4\left(3x-11x^2\right)$ Dado que $$\begin{aligned} & 2x^2-3x=6x^2-6x-4\left(3x-11x^2\right) \\ \Leftrightarrow\ & 2x^2-3x=6x^2-6x-12x+44x^2 \\ \Leftrightarrow\ & 0=6x^2+44x^2-2x^2-6x-12x+3x \\ \Leftrightarrow\ & 0=48x^2-15x \\ \Leftrightarrow\ & 0=3x(16x-5) \\ \Leftrightarrow\ & \frac{0}{3}=x(16x-5) \\ \Leftrightarrow\ & 0=x(16x-5) \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} x=0 \\ 16x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{16} \end{cases} \end{aligned}$$ Por tanto $S=\left\{0,\frac{5}{16}\right\}$.
j)	$S=\left\{\frac{5}{3}\right\}$

k)	$3x(x-1)+6=2-x(3x-4)$ Dado que $3x(x-1)+6=2-x(3x-4)$ $\Leftrightarrow 3x^2-3x+6=2-3x^2+4x$ $\Leftrightarrow 3x^2+3x^2-3x-4x+6-2=0$ $\Leftrightarrow 6x^2-7x+4=0$ Al calcular el valor del discriminante se tiene $\Delta=(7)^2-4(6)(4)\Rightarrow\Delta=49-96=-47$. Como es menor que cero la ecuación no tiene soluciones en el conjunto de los números reales. Por tanto $S=\{\ \}$.
l)	$S=\left\{\frac{-1}{11},\frac{1}{11}\right\}$

m) $t(-4,9t+147)+10(2+15t^2)=50(20+3t^2)$

Dado que

$$\begin{aligned}
&t(-4,9t+147)+10(2+15t^2)=50(20+3t^2)\\
\Leftrightarrow\ &-4,9t^2+147t+20+150t^2=1000+150t^2\\
\Leftrightarrow\ &-4,9t^2+150t^2-150t^2+147t+20-1000=0\\
\Leftrightarrow\ &-4,9t^2+147t-980=0
\end{aligned}$$

Al calcular el valor del discriminante se tiene

$$\Delta=(147)^2-4(-4,9)(-980)\Rightarrow\Delta=21609-19\,208=2\,401$$

Como es mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones que corresponden a

$$t=\frac{-(147)\pm\sqrt{2401}}{2\cdot-4,9}\Leftrightarrow t=\frac{-147\pm 49}{-9,8}\Leftrightarrow\begin{cases} t_1=\dfrac{-147-49}{-9,8}=20\\ t_2=\dfrac{-147+49}{-9,8}=10\end{cases}$$

Por tanto $S=\{10,20\}$.

n) $S=\left\{\dfrac{16-\sqrt{46}}{21},\dfrac{16+\sqrt{46}}{21}\right\}$

o)	$2x-\frac{6x^2-2x+1}{6}+\frac{2x^2-3x}{2}=-1$ Dado que $\begin{aligned}&2x-\frac{6x^2-2x+1}{6}+\frac{2x^2-3x}{2}=-1\\ \Leftrightarrow\ &\frac{12x-6x^2+2x-1+6x^2-9x}{6}=-1\\ \Leftrightarrow\ &\frac{5x-1}{6}=-1\\ \Leftrightarrow\ &5x-1=-6\\ \Leftrightarrow\ &5x=-5\\ \Leftrightarrow\ &x=-1\end{aligned}$ Por tanto $S=\{-1\}$.
p)	$S=\{-4,6\}$

q)	$(3y+1)(y-1)=2y(y+5)-25$ **SOLUCIÓN** Dado que $\begin{aligned}&(3y+1)(y-1)=2y(y+5)-25\\ \Leftrightarrow\ &3y^2-2y-1=2y^2+10y-25\\ \Leftrightarrow\ &3y^2-2y^2-2y-10y-1+25=0\\ \Leftrightarrow\ &y^2-12y+24=0\end{aligned}$ Al calcular el valor del discriminante se tiene $\Delta=(-12)^2-4(1)(24)\Rightarrow\Delta=144-96=48$ Como es mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones que corresponden a $y=\dfrac{-(-12)\pm\sqrt{48}}{2\cdot 1}\Leftrightarrow y=\dfrac{12\pm 4\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}y_1=6-2\sqrt{3}\\ y_2=6+2\sqrt{3}\end{cases}$ Por tanto $S=\left\{6-2\sqrt{3},6+2\sqrt{3}\right\}$.
r)	$S=\{-7,7\}$

s) $3x+\left[(2x+3)^2-7x+2\right]-(x+1)(x-2)=3x+2$

Dado que

$$\begin{aligned}
&3x+\left[(2x+3)^2-7x+2\right]-(x+1)(x-2)=3x+2\\
\Leftrightarrow\ &3x+\left[4x^2+12x+9-7x+2\right]-\left(x^2-2x+x-2\right)=3x+2\\
\Leftrightarrow\ &3x+\left[4x^2+5x+11\right]-\left(x^2-x-2\right)=3x+2\\
\Leftrightarrow\ &3x+4x^2+5x+11-x^2+x+2=3x+2\\
\Leftrightarrow\ &3x^2+9x+13=3x+2\\
\Leftrightarrow\ &3x^2+9x-3x+13-2=0\\
\Leftrightarrow\ &3x^2+5x+11=0
\end{aligned}$$

Dado que $\Delta=(5)^2-4\cdot3\cdot11=25-132=-107<0$, la ecuación no tiene solución, por tanto $S=\varnothing$.

t) $S=\left\{\frac{-\sqrt{11}}{2},\frac{-\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{11}}{2}\right\}$

u) $7\left(a^2-1\right)-6\left(a-1\right)^2=0$

Dado que

$$
\begin{aligned}
& 7\left(a^2-1\right)-6\left(a-1\right)^2=0 \\
\Leftrightarrow\ & 7\left(a-1\right)\left(a+1\right)-6\left(a-1\right)^2=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left(a-1\right)\left[7\left(a+1\right)-6\left(a-1\right)\right]=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left(a-1\right)\left(7a+7-6a+6\right)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left(a-1\right)\left(a+13\right)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a-1=0 \Leftrightarrow a=1 \\ a+13=0 \Leftrightarrow a=-13 \end{cases}
\end{aligned}
$$

Por tanto $S=\{-13,1\}$.

Ejercicio 8

Para la ecuación dada tenga exactamente una raíz real se debe satisface que

$$\Delta=0 \Rightarrow (k)^2-4(3)\left(\frac{4}{3}\right)=0 \Rightarrow k^2-16=0 \Rightarrow k=\pm\sqrt{16} \Rightarrow k=\pm 4$$

Por tanto los valores son $k=-4$ ó $k=4$, y las ecuación se convertiría en

- Para $k=-4$, sería $3x^2-4x+\frac{4}{3}=0$.
- Para $k=4$, sería $3x^2+4x+\frac{4}{3}=0$.

Ejercicio 9

Dado que $x\left(5kx+4k\right)=-4 \Leftrightarrow 5kx^2+4kx+4=0$ para que la ecuación dada tenga dos raíz reales iguales se debe satisface que

$$\Delta = 0 \Rightarrow (4k)^2 - 4(5k)(4) = 0 \Rightarrow 16k^2 - 80k = 0 \Rightarrow 16k(k-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 5 \end{cases}$$

Pero si $k = 0$, $5kx^2 + 4kx + 4 = 0 \Rightarrow 4 = 0$, se obtiene una proposición que no es cierta.

Si $k = 5$, $5kx^2 + 4kx + 4 = 0 \Rightarrow 25x^2 + 20x + 4 = 0$, y dicha ecuación tiene dos raíces reales pero es la misma, es decir, tiene una única solución.

Ejercicio 10

-3 es solución si se cumple que

$$\begin{aligned} & (-3)^2 + 7(3+2k) - 2(1+3k)\cdot -3 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 9 + 21 + 14k + 6 + 18k = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 36 + 32k = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 32k = -36 \\ \Leftrightarrow\ & k = \frac{-36}{32} \\ \Leftrightarrow\ & k = \frac{-9}{8} \end{aligned}$$

Por tanto $k = \frac{-9}{8}$ y la ecuación resultante es

$$\begin{aligned} & x^2 + 7(3+2k) - 2(1+3k)x = 0 \\ \Rightarrow\ & x^2 + 7\left(3 + 2\cdot\frac{-9}{8}\right) - 2\left(1 + 3\cdot\frac{-9}{8}\right)x = 0 \\ \Rightarrow\ & x^2 + \frac{21}{4} + \frac{19}{4}x = 0 \\ \Rightarrow\ & x^2 + \frac{19}{4}x + \frac{21}{4} = 0 \end{aligned}$$

Ejercicio 11

Sean x_1 y x_2 las raíces. Por tanto se debe satisfacer que $x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ y que $x_1\cdot x_2=c$.

Como $x_1+x_2=-\left(\frac{-270}{1}\right)\Rightarrow x_1+x_2=270$, además $x_1=2x_2$, por tanto se satisface que

$x_1+x_2=270\Rightarrow 2x_2+x_2=270\Rightarrow x_2=90$.

Así si $x_2=90$ entonces $x_1=180$ y $c=x_1\cdot x_2=180\cdot 90=16200$

Ejercicio 12

$$t^2-at-ta^m+a^{m+1}=0\Leftrightarrow\left(t^2-at\right)+\left(-ta^m+a^{m+1}\right)=0\Leftrightarrow t\left(t-a\right)-a^m\left(t-a\right)=0\Leftrightarrow\left(t-a\right)\left(t-a^m\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t-a=0\Leftrightarrow t=a\\ t-a^m=0\Leftrightarrow t=a^m\end{cases}$$

Por tanto $S=\left\{a,a^m\right\}$.

Solución de ejercicios impares sección 2.2

Ejercicio 1

a) $2x^3 - 13x^2 - 8x + 7 = 0$

Al factorizar se tiene que

$$\begin{aligned}
&2x^3 - 13x^2 - 8x + 7 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x-7)\left(x^2 + x - 1\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x-7)(x+1)(2x-1) = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \\ x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \\ 2x - 1 = \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2} \end{cases}
\end{aligned}$$

Por tanto $S = \left\{-1, \dfrac{1}{2}, 7\right\}$

b) $S = \left\{-2, \dfrac{1}{3}, \dfrac{5}{2}\right\}$

c) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 3x = 0$

Al factorizar se tiene que

$$\begin{aligned}
&x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 3x = 0 \\
&\Leftrightarrow x(x^3 + 4x^2 + 6x + 3) = 0 \\
&\Leftrightarrow x(x+1)(x^2 + 3x + 3) = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \\ x^2 + 3x + 3 = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

Pero $x^2+3x+3=0$ no tiene soluciones reales, dado que el valor del discriminante es menor que cero.

Por tanto $S=\{-1,0\}$.

d) $S=\left\{-2,-1,1,\frac{3}{2}\right\}$

e) $7x^3+4x^2-7x-4=0$

Al factorizar se tiene que

$$
\begin{aligned}
& 7x^3+4x^2-7x-4=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left(7x^3-7x\right)+\left(4x^2-4\right)=0 \\
\Leftrightarrow\ & 7x\left(x^2-1\right)+4\left(x^2-1\right)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left(x^2-1\right)(7x+4)=0 \\
\Leftrightarrow\ & (x-1)(x+1)(7x+4)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \\ x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \\ 7x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-4}{7} \end{cases}
\end{aligned}
$$

Por tanto $S=\left\{-1,\frac{-4}{7},1\right\}$.

f) $S=\left\{\frac{1-\sqrt{17}}{4},\frac{-1}{2},\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right\}$

g) $2y\left(y^2-6\right)+28=y\left(y^2+7\right)-2$

Dado que

$$\begin{aligned}
&2y\left(y^2-6\right)+28=y\left(y^2+7\right)-2\\
\Leftrightarrow\ &2y^3-12y+28=y^3+7y-2\\
\Leftrightarrow\ &2y^3-y^3-12y-7y+28+2=0\\
\Leftrightarrow\ &y^3-19y-7y+30=0
\end{aligned}$$

Al factorizar se tiene que

$$\begin{aligned}
&y^3-19y-7y+30=0\\
\Leftrightarrow\ &(y-2)\left(y^2+2y-15\right)=0\\
\Leftrightarrow\ &(y-2)(y-3)(y+5)=0\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} y-2=0 \Leftrightarrow y=2\\ y-3=0 \Leftrightarrow y=3\\ y+5=0 \Leftrightarrow y=-5\end{cases}
\end{aligned}$$

Por tanto $S=\{-5,2,3\}$.

h) $S=\{-3,3\}$

i) $t^4-7t^2+12=0$

Al factorizar se tiene que

$$\begin{aligned}
&t^4-7t^2+12=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-2)\left(t^3+2t^2-3t-6\right)=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-2)(t+2)\left(t^2-3\right)=0\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} t-2=0 \Leftrightarrow t=2\\ t+2=0 \Leftrightarrow t=-2\\ t^2-3=0 \Leftrightarrow t=\pm\sqrt{3}\end{cases}
\end{aligned}$$

	Por tanto $S=\left\{-2,-\sqrt{3},\sqrt{3},2\right\}$.
j)	$S=\left\{-5,-1,2,5\right\}$
k)	$16x^2(x+1)=4x(5-4x)$ Dado que $16x^2(x+1)=4x(5-4x)$ $\Leftrightarrow 16x^3+16x^2=20x-16x^2$ $\Leftrightarrow 16x^3+16x^2-20x+16x^2=0$ $\Leftrightarrow 16x^3+32x^2-20x=0$ Al factorizar se tiene que $16x^3+32x^2-20x=0$ $\Leftrightarrow 4x\left(4x^2+8x-5\right)=0$ $\Leftrightarrow 4x(2x-1)(2x+5)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{0}{4} \Leftrightarrow x=0 \\ 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \\ 2x+5=0 \Leftrightarrow x=\frac{-5}{2} \end{cases}$ Por tanto $S=\left\{\frac{-5}{2},0,\frac{1}{2}\right\}$.
l)	$S=\left\{-7,3,9\right\}$

m) $12x\left(x^3+x^2-1\right)=6x\left(x-2\right)$

Dado que

$$\begin{aligned}
&12x\left(x^3+x^2-1\right)=6x\left(x-2\right)\\
\Leftrightarrow\ &12x^4+12x^3-12x=6x^2-12x\\
\Leftrightarrow\ &12x^4+12x^3-12x-6x^2+12x=0\\
\Leftrightarrow\ &12x^4+12x^3-6x^2=0
\end{aligned}$$

Al factorizar se tiene que

$$\begin{aligned}
&12x^4+12x^3-6x^2=0\\
\Leftrightarrow\ &6x^2\left(2x^2+2x-1\right)=0\\
\Leftrightarrow\ &6x\,x\left(2x^2+2x-1\right)=0
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}6x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{0}{6}\Leftrightarrow x=0\\ x=0\\ 2x^2+2x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-(2)\pm\sqrt{12}}{2\cdot 2}\Rightarrow x=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

Por tanto $S=\left\{\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2},0,\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right\}$.

n) $S=\{-5,-3,-1,1,2\}$

o) $x^4=16x^2$

Al factorizar se tiene que

$$
\begin{aligned}
& x^4 = 16x^2 \\
\Leftrightarrow\ & x^4 - 16x^2 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2\left(x^2 - 16\right) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x\,x\left(x-4\right)\left(x+4\right) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x = 0 \\ x = 0 \\ x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \\ x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \end{cases}
\end{aligned}
$$

Por tanto $S = \{-4, 0, 4\}$.

Ejercicio 2

a) $\dfrac{10n-7}{6n+2} = \dfrac{5n-3}{3n-4}$

El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R} - \left\{\dfrac{-1}{3}, \dfrac{4}{3}\right\}$. Luego

$$
\begin{aligned}
& \frac{10n-7}{6n+2} = \frac{5n-3}{3n-4} \\
\Leftrightarrow\ & \left(3n-4\right)\left(10n-7\right) = \left(5n-3\right)\left(6n+2\right) \\
\Leftrightarrow\ & 30n^2 - 61n + 28 = 30n^2 - 8n - 6 \\
\Leftrightarrow\ & 28 + 6 = 30n^2 - 30n^2 - 8n + 61n \\
\Leftrightarrow\ & 34 = 53n \\
\Leftrightarrow\ & \frac{34}{53} = n
\end{aligned}
$$

Como este valor está en el dominio de la variable se tiene que es solución y así $S = \left\{\dfrac{34}{53}\right\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.

b)	$S=\left\{-1,\frac{2}{3}\right\}$
c)	$\frac{3}{2x}-\frac{5}{6}=\frac{7}{4x}+\frac{8}{3}$ El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\{0\}$. Luego $\begin{aligned}&\frac{3}{2x}-\frac{5}{6}=\frac{7}{4x}+\frac{8}{3}\\ \Rightarrow&\frac{9-5x}{6x}=\frac{21+32x}{12x}\\ \Rightarrow&12x(9-5x)=6x(21+32x)\\ \Rightarrow&108x-60x^2=126x+192x^2\\ \Rightarrow&0=192x^2+60x^2+126x-108x\\ \Rightarrow&0=252x^2+18x\\ \Rightarrow&0=18x(14x+1)\\ \Rightarrow&\begin{cases}x=0\\ 14x+1=0\Rightarrow x=\frac{-1}{14}\end{cases}\end{aligned}$ Como $x=0$ no está en dominio de la variable, entonces dicho valor no sería solución de la ecuación; en el caso de $x=\frac{-1}{14}$ sí es solución. Así $S=\left\{\frac{-1}{14}\right\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.
d)	$S=\{1\}$

e) $\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{3}{x^2+6x+9}=1$

Como $\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{3}{x^2+6x+9}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{3}{(x+3)^2}=1$ el dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\{-3\}$. Luego

$$\begin{aligned}
&\frac{x+2}{x+3}+\frac{3}{(x+3)^2}=1\\
\Leftrightarrow\ &\frac{(x+2)(x+3)+3}{(x+3)^2}=1\\
\Leftrightarrow\ &x^2+5x+6+3=(x+3)^2\\
\Leftrightarrow\ &x^2+5x+9=x^2+6x+9\\
\Leftrightarrow\ &x^2-x^2+5x-6x+9-9=0\\
\Leftrightarrow\ &-x=0\\
\Leftrightarrow\ &x=\frac{0}{-1}\\
\Leftrightarrow\ &x=0
\end{aligned}$$

Como $x=0$ está en dominio de la variable entonces dicho valor sería solución de la ecuación. Así $S=\{0\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.

f) $S=\{-1\}$

g) $\dfrac{x+5}{x-3}-\dfrac{x+6}{2x}=\dfrac{1}{6}$

El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\{0,3\}$. Luego

$$\begin{aligned}
&\frac{x+5}{x-3}-\frac{x+6}{2x}=\frac{1}{6}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{2x(x+5)-(x-3)(x+6)}{2x(x-3)}=\frac{1}{6}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{2x^2+10x-\left(x^2+6x-3x-18\right)}{2x(x-3)}=\frac{1}{6}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{2x^2+10x-x^2-3x+18}{2x(x-3)}=\frac{1}{6}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{x^2+7x+18}{2x^2-6x}=\frac{1}{6}\\
\Leftrightarrow\ &6x^2+42x+108=2x^2-6x\\
\Leftrightarrow\ &6x^2-2x^2+42x+6x+108=0\\
\Leftrightarrow\ &4x^2+48x+108=0\\
\Leftrightarrow\ &4\left(x^2+12x+27\right)=0\\
\Leftrightarrow\ &(x+3)(x+9)=0\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x+3=0 \Leftrightarrow x=-3\\ x+9=0 \Leftrightarrow x=-9\end{cases}
\end{aligned}$$

Como ambos valores están en el dominio de la variable entonces dichos valores serían solución de la ecuación. Así $S=\{-9,-3\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.

h) $S=\left\{\dfrac{5-\sqrt{73}}{2},\dfrac{5+\sqrt{73}}{2}\right\}$

i) $\dfrac{x^2-1}{x^2}-\dfrac{x+2}{x}=\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^2}$

El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\{0\}$. Luego

$$\frac{x^2-1}{x^2}-\frac{x+2}{x}=\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}$$
$$\Rightarrow \frac{x^2-1-x^2-2x}{x^2}=\frac{3x-1}{x^2}$$
$$\Rightarrow x^2(-2x-1)=x^2(3x-1)$$
$$\Rightarrow -2x^3-x^2=3x^3-x^2$$
$$\Rightarrow -2x^3-3x^3-x^2+x^2=0$$
$$\Rightarrow -5x^3=0$$
$$\Rightarrow x^3=\frac{0}{-5}$$
$$\Rightarrow x^3=0$$
$$\Rightarrow x=\sqrt[3]{0}$$
$$\Rightarrow x=0$$

Como $x=0$ no está en dominio de la variable entonces dicho valor no sería solución de la ecuación. Así $S=\{\ \}$

j) $S=\mathbb{R}-\{1,2\}$

k) $2\left(\dfrac{x+2}{2x+1}\right)=-3\left(\dfrac{2x+1}{x+2}\right)+5$

El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\left\{-2,\dfrac{-1}{2}\right\}$. Luego

$$2\left(\frac{x+2}{2x+1}\right)=-3\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)+5$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+4}{2x+1}=\frac{-6x-3}{x+2}+5$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+4}{2x+1}=\frac{-6x-3+5(x+2)}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+4}{2x+1}=\frac{-6x-3+5x+10}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+4}{2x+1}=\frac{-x+7}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow (2x+4)(x+2)=(-x+7)(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+4x+4x+8=-2x^2-x+14x+7$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+8x+8=-2x^2+13x+7$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+8x+8+2x^2-13x-7=0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-5x+1=0$$

$$\Leftrightarrow (4x-1)(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ x=1 \end{cases}$$

Como ambos valores están en el dominio de la variable entonces dichos valores serían solución de la ecuación. Así $S=\left\{\frac{1}{4},1\right\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.

l) $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

m) $\dfrac{m-1}{m}=\dfrac{-m-1}{m^2-2m}+2$

El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\{0,2\}$. Luego

$$\frac{m-1}{m}=\frac{-m-1}{m^2-2m}+2$$
$$\Rightarrow \frac{m-1}{m}=\frac{-m-1+2\left(m^2-2m\right)}{m^2-2m}$$
$$\Rightarrow \frac{m-1}{m}=\frac{-m-1+2m^2-4m}{m^2-2m}$$
$$\Rightarrow \frac{m-1}{m}=\frac{2m^2-5m-1}{m^2-2m}$$
$$\Rightarrow (m-1)\left(m^2-2m\right)=\left(2m^2-5m-1\right)m$$
$$\Rightarrow m^3-3m^2+2m=2m^3-5m^2-m$$
$$\Rightarrow 0=2m^3-5m^2-m-m^3+3m^2-2m$$
$$\Rightarrow 0=m^3-2m^2-3m$$
$$\Rightarrow 0=m\left(m^2-2m-3\right)$$
$$\Rightarrow 0=m(m+1)(m-3)$$
$$\Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m+1=0\Rightarrow m=-1 \\ m-3=0\Rightarrow m=3 \end{cases}$$

Como 0 no está en dominio de la variable, dicho valor no son solución. Por tanto $S=\{-1,3\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.

n) $S=\left\{\dfrac{-1-\sqrt{85}}{12},\dfrac{-1+\sqrt{85}}{12}\right\}$

o) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{4}{3}$

El dominio de la variable corresponde a $\mathbb{R}-\{-1,1\}$. Luego

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{4}{3}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{x-1+x+1}{(x+1)(x-1)}=\frac{4}{3}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{2x}{(x+1)(x-1)}=\frac{4}{3}\\
\Leftrightarrow\ &x=\frac{2(x+1)(x-1)}{3\cdot 2}\\
\Leftrightarrow\ &x=\frac{x^2-1}{3}\\
\Leftrightarrow\ &3x=x^2-1\\
\Leftrightarrow\ &0=x^2-3x-1\\
\Leftrightarrow\ &0=(x-2)(2x+1)\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x-2=0 \Leftrightarrow x=2\\ 2x+1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2}\end{cases}
\end{aligned}$$

Como ambos valores están en el dominio de la variable se tiene que

$S=\left\{\dfrac{-1}{2},2\right\}$. Puede realizar la prueba como ejercicio.

p) $S=\left\{\dfrac{-3}{2}\right\}$

Ejercicio 3

a) $\sqrt{4x+9}=\sqrt{8x+2}$

$$
\begin{aligned}
&\sqrt{4x+9}=\sqrt{8x+2}\\
&\Rightarrow \left(\sqrt{4x+9}\right)^2=\left(\sqrt{8x+2}\right)^2\\
&\Rightarrow 4x+9=8x+2\\
&\Rightarrow 9-2=8x-4x\\
&\Rightarrow 7=4x\\
&\Rightarrow \frac{7}{4}=x
\end{aligned}
$$

Al realizar la prueba se tiene que

- Al lado izquierdo $\sqrt{4\cdot\frac{7}{4}+9}=\sqrt{7+9}=\sqrt{16}=4$
- Al lado derecho $\sqrt{8\cdot\frac{7}{4}+2}=\sqrt{14+2}=\sqrt{16}=4$

Como al sustituir a ambos lados se obtuvo el mismo valor se tiene que $x=\frac{7}{4}$ sí es solución, además $S=\left\{\frac{7}{4}\right\}$.

b) $S=\{4\}$

c) $\sqrt[5]{a-5}=-2$

Al ser el índice de la raíz un número impar se tiene que

$$\begin{aligned}
&\sqrt[5]{a-5}=-2\\
\Leftrightarrow &\left(\sqrt[5]{a-5}\right)^5=(-2)^5\\
\Leftrightarrow &\, a-5=-32\\
\Leftrightarrow &\, a=-32+5\\
\Leftrightarrow &\, a=-27
\end{aligned}$$

Dada la doble implicación no es necesario realizar la prueba, y se tiene que $a=-27$ es solución y $S=\{-27\}$.

d) $S=\{\ \}$

e) $\sqrt{x}+\sqrt{x-4}=2$

$$\begin{aligned}
&\sqrt{x}+\sqrt{x-4}=2\\
\Rightarrow &\sqrt{x-4}=2-\sqrt{x}\\
\Rightarrow &\left(\sqrt{x-4}\right)^2=\left(2-\sqrt{x}\right)^2\\
\Rightarrow &\, x-4=4-4\sqrt{x}+x\\
\Rightarrow &\, x-x+4\sqrt{x}=4+4\\
\Rightarrow &\, 4\sqrt{x}=8\\
\Rightarrow &\sqrt{x}=\frac{8}{4}\\
\Rightarrow &\sqrt{x}=2\\
\Rightarrow &\left(\sqrt{x}\right)^2=(2)^2\\
\Rightarrow &\, x=4
\end{aligned}$$

Al realizar la prueba se tiene que $\sqrt{4}+\sqrt{4-4}=\sqrt{4}+\sqrt{0}=2+0=2$

Como se cumple la igualdad se tiene que $x=4$ sí es solución. Además $S=\{4\}$

f) $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

g) $\sqrt[3]{m-4}=2$

Como el índice de la raíz es un número impar se tiene que

$$\begin{aligned}
&\sqrt[3]{m-4}=2\\
\Leftrightarrow\ &\left(\sqrt[3]{m-4}\right)^3=(2)^3\\
\Leftrightarrow\ &m-4=8\\
\Leftrightarrow\ &m=8+4\\
\Leftrightarrow\ &m=12
\end{aligned}$$

Dada la doble implicación se tiene $m=12$ es la solución. Además $S=\{12\}$

h) $S=\{\ \}$

i) $\sqrt{y^2+7}+y=13$

Note que

$$\begin{aligned}
&\sqrt{y^2+7}+y=13\\
\Rightarrow\ &\sqrt{y^2+7}=13-y\\
\Rightarrow\ &\left(\sqrt{y^2+7}\right)^2=(13-y)^2\\
\Rightarrow\ &y^2+7=169-26y+y^2\\
\Rightarrow\ &7-169=y^2-26y-y^2\\
\Rightarrow\ &-162=-26y\\
\Rightarrow\ &\frac{-162}{-26}=y\\
\Rightarrow\ &\frac{81}{13}=y
\end{aligned}$$

Al realizar la prueba se tiene que

$$\sqrt{\left(\frac{81}{13}\right)^2+7}+\frac{81}{13}=\sqrt{\frac{6561}{169}+7}+\frac{81}{13}=\sqrt{\frac{7744}{169}}+\frac{81}{13}=\frac{88}{13}+\frac{81}{13}=\frac{169}{13}=13.$$

Por tanto $y=\frac{81}{13}$ sí es solución. Además $S=\left\{\frac{81}{13}\right\}$.

j) $S=\left\{\frac{3}{5}\right\}$

k) $\sqrt[3]{2x-4}-2=0$

Note que

$$\begin{aligned}
&\sqrt[3]{2x-4}-2=0\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt[3]{2x-4}=2\\
\Leftrightarrow\ &\left(\sqrt[3]{2x-4}\right)^3=(2)^3\\
\Leftrightarrow\ &2x-4=8\\
\Leftrightarrow\ &2x=8+4\\
\Leftrightarrow\ &x=\frac{12}{2}\\
\Leftrightarrow\ &x=6
\end{aligned}$$

Como hay una doble implicación, dado que el índice del radical es impar, entonces se cumple que dicho valor es la solución de la ecuación. Así $S=\{6\}$.

l) $S=\{\ \}$

m) $\sqrt{p}-4=2\sqrt{p}-7$

$$\sqrt{p}-4=2\sqrt{p}-7$$
$$\Rightarrow -4+7=2\sqrt{p}-\sqrt{p}$$
$$\Rightarrow 3=\sqrt{p}$$
$$\Rightarrow (3)^2=\left(\sqrt{p}\right)^2$$
$$\Rightarrow 9=p$$

Al realizar la prueba se tiene que

- Al lado izquierdo $\sqrt{9}-4=3-4=-1$
- Al lado derecho $2\sqrt{9}-7=2\cdot 3-7=6-7=-1$

Por tanto $p=9$ sí es solución. Además $S=\{9\}$

n) $S=\{4\}$

o) $\sqrt{x+4}=5-\sqrt{x-1}$

$$\sqrt{x+4}=5-\sqrt{x-1}$$
$$\Rightarrow \left(\sqrt{x+4}\right)^2=\left(5-\sqrt{x-1}\right)^2$$
$$\Rightarrow x+4=25-10\sqrt{x-1}+(x-1)$$
$$\Rightarrow x+4=25-10\sqrt{x-1}+x-1$$
$$\Rightarrow 10\sqrt{x-1}=25+x-1-x-4$$
$$\Rightarrow 10\sqrt{x-1}=20$$
$$\Rightarrow \sqrt{x-1}=\frac{20}{10}$$
$$\Rightarrow \left(\sqrt{x-1}\right)^2=(2)^2$$
$$\Rightarrow x-1=4$$
$$\Rightarrow x=4+1$$
$$\Rightarrow x=5$$

Al realizar la prueba se tiene que

- Al lado izquierdo $\sqrt{x+4}=\sqrt{5+4}=\sqrt{9}=3$
- Al lado derecho $5-\sqrt{5-1}=5-\sqrt{4}=5-2=3$

Por tanto $x=5$ sí es solución. Además $S=\{5\}$.

p) $S=\{2\}$

q) $\sqrt{x+1}=2x+1$

$$\begin{aligned}
&\sqrt{x+1}=2x+1\\
&\Rightarrow\left(\sqrt{x+1}\right)^2=(2x+1)^2\\
&\Rightarrow x+1=4x^2+4x+1\\
&\Rightarrow 0=4x^2+4x+1-x-1\\
&\Rightarrow 0=4x^2+3x\\
&\Rightarrow 0=x(4x+3)\\
&\Rightarrow\begin{cases} x=0\\ 4x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-3}{4}\end{cases}
\end{aligned}$$

Al sustituir en la ecuación original $x=0$, se tiene que

- Al lado izquierdo $\sqrt{0+1}=\sqrt{1}=1$
- Al lado derecho $2(0)+1=0+1=1$

  por tanto $x=0$ es solución de la ecuación.

Al sustituir en la ecuación original $x=\frac{-3}{4}$, se tiene que

- Al lado izquierdo $\sqrt{\frac{-3}{4}+1}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

- Al lado derecho $2\left(\frac{-3}{4}\right)+1=\frac{-3}{2}+1=\frac{-1}{2}$

Por tanto $x=\frac{-3}{4}$ no es solución de la ecuación.

Así se concluye que $S=\{0\}$.

r) $S=\{5\}$

s) $\sqrt[3]{x^2-x+6}-2=0$

Dado que $\sqrt[3]{x^2-x+6}=2$ al elevar al cubo a ambos lados se tiene que

$$
\begin{aligned}
& \sqrt[3]{x^2-x+6}=2 \\
\Leftrightarrow & \left(\sqrt[3]{x^2-x+6}\right)^3=(2)^3 \\
\Leftrightarrow & x^2-x+6=8 \\
\Leftrightarrow & x^2-x+6-8=0 \\
\Leftrightarrow & x^2-x-2=0 \\
\Leftrightarrow & (x-2)(x+1)=0 \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \\ x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \end{cases}
\end{aligned}
$$

Así $S=\{-1,2\}$.

t) $S=\{1\}$

u) $\sqrt[5]{x+2}=-3$

Al elevar a la 5 a ambos lados se tiene que

$$
\begin{aligned}
&\sqrt[5]{x+2}=-3\\
\Leftrightarrow\ &\left(\sqrt[5]{x+2}\right)^5=(-3)^5\\
\Leftrightarrow\ &x+2=-243\\
\Leftrightarrow\ &x=-243-2\\
\Leftrightarrow\ &x=-245
\end{aligned}
$$

Por tanto $S=\{-245\}$.

v) $S=\{-1,0\}$

w) $\sqrt[3]{x+2}=2+x$

Al elevar a la 3 a ambos lados se tiene que

$$
\begin{aligned}
&\sqrt[3]{x+2}=2+x\\
\Leftrightarrow\ &\left(\sqrt[3]{x+2}\right)^3=(2+x)^3\\
\Leftrightarrow\ &x+2=8+12x+6x^2+x^3\\
\Leftrightarrow\ &0=8+12x+6x^2+x^3-x-2\\
\Leftrightarrow\ &0=x^3+6x^2+11x+6\\
\Leftrightarrow\ &0=(x+3)(x+1)(x+2)\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x+3=0\Leftrightarrow x=-3\\ x+1=0\Leftrightarrow x=-1\\ x+2=0\Leftrightarrow x=-2\end{cases}
\end{aligned}
$$

Así $S=\{-3,-2,-1\}$.

x) $S=\left\{\frac{-1}{3},\frac{3}{2}\right\}$

y) $\sqrt[4]{10x^2-x+1}=-1$

Al elevar a la 4 a ambos lados se tiene que

$$\begin{aligned}
&\sqrt[4]{10x^2-x+1}=-1\\
&\Rightarrow\left(\sqrt[4]{10x^2-x+1}\right)^4=(-1)^4\\
&\Rightarrow 10x^2-x+1=1\\
&\Rightarrow 10x^2-x+1-1=0\\
&\Rightarrow 10x^2-x=0\\
&\Rightarrow x(10x-1)=0\\
&\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ 10x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{10}\end{cases}
\end{aligned}$$

Verificación

Al sustituir en la ecuación original $x=0$, se tiene que

$\sqrt[4]{10(0)^2-(0)+1}=\sqrt[4]{1}=1$. Como no se satisface la igualdad $x=0$ es solución de la ecuación.

Al sustituir en la ecuación original $x=\frac{1}{10}$, se tiene que

$$\sqrt[4]{10\left(\frac{1}{10}\right)^2-\left(\frac{1}{10}\right)+1}=\sqrt[4]{4\cdot\frac{1}{100}-\frac{1}{10}+1}=\sqrt[4]{\frac{1}{25}-\frac{1}{10}+1}=\sqrt[4]{\frac{47}{50}}$$

Como no se satisface la igualdad $x=\frac{1}{10}$ es solución de la ecuación.

Así $S=\{\ \}$.

z) $S=\{-5,5\}$

Ejercicio 4

a) $m^4-2m^2=3$

Sea $u=m^2$, entonces

$$m^4-2m^2=3 \Leftrightarrow \left(m^2\right)^2-2m^2=3 \Leftrightarrow u^2-2u-3=0 \Leftrightarrow (u+1)(u-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u+1=0 \Leftrightarrow u=-1 \\ u-3=0 \Leftrightarrow u=3 \end{cases}$$

Como $u=m^2$ si $u=-1$ se tiene que $m^2=-1$ y esta ecuación no tiene soluciones reales.

Como $u=m^2$ si $u=3$ se tiene que $m^2=3 \Longrightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

Por tanto $S=\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$.

b) $S=\{1,\sqrt[3]{6}\}$

c) $t^4=2\left(3t^2-4\right)$

Dado que $t^4=2\left(3t^2-4\right) \Leftrightarrow t^4=6t^2-8 \Leftrightarrow t^4-6t^2+8=0$. Sea $u=t^2$, entonces

$$t^4-6t^2+8=0 \Leftrightarrow \left(t^2\right)^2-6t^2+8=0 \Leftrightarrow u^2-6u+8=0 \Leftrightarrow (u-4)(u-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u-4=0 \Leftrightarrow u=4 \\ u-2=0 \Leftrightarrow u=2 \end{cases}$$

Como $u=t^2$ si $u=4$ se tiene que $t^2=4 \Rightarrow t=\pm\sqrt{4} \Rightarrow t=\pm 2$.

Como $u=t^2$ si $u=2$ se tiene que $t^2=2 \Rightarrow t=\pm\sqrt{2}$.

Por tanto $S=\{-2,-\sqrt{2},\sqrt{2},2\}$.

d) $S=\{-2,3\}$

e) $7x^3\left(x^3+1\right)-4=2\left(3x^6+2\right)$

Dado que

$$7x^3\left(x^3+1\right)-4=2\left(3x^6+2\right)\Leftrightarrow 7x^6+7x^3-4=6x^6+4\Leftrightarrow 7x^6-6x^6+7x^3-4-4=0\Leftrightarrow x^6+7x^3-8=0$$

Sea $u=x^3$, entonces

$$x^6+7x^3-8=0\Leftrightarrow \left(x^3\right)^2+7x^3-8=0\Leftrightarrow u^2+7u-8=0\Leftrightarrow (u-8)(u+1)=0\Leftrightarrow \begin{cases} u+8=0\Leftrightarrow u=-8\\ u-1=0\Leftrightarrow u=1\end{cases}$$

Como $u=x^3$ si $u=-8$ se tiene que $x^3=-8\Rightarrow x=\sqrt[3]{-8}\Rightarrow x=-2$.

Como $u=x^3$ si $u=1$ se tiene que $x^3=1\Rightarrow x=\sqrt[3]{1}\Rightarrow x=1$.

Por tanto $S=\{-2,1\}$.

f) $S=\{-2,2\}$

g) $6x^{\frac{2}{3}}-13x^{\frac{1}{3}}-5=0$

Dado que

$$6x^{\frac{2}{3}}-13x^{\frac{1}{3}}-5=0\Leftrightarrow 6\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2-13x^{\frac{1}{3}}-5=0$$

Sea $u = x^{\frac{1}{3}}$, entonces

$$6\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 - 13x^{\frac{1}{3}} - 5 = 0 \Leftrightarrow 6u^2 - 13u - 5 = 0 \Leftrightarrow (3u+1)(2u-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3u+1=0 \Leftrightarrow u = \dfrac{-1}{3} \\ 2u-5=0 \Leftrightarrow u = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Como $u = x^{\frac{1}{3}}$ si $u = \frac{-1}{3}$ se tiene que $x^{\frac{1}{3}} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(\frac{-1}{3}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{-1}{27}$.

Como $u = x^{\frac{1}{3}}$ si $u = \frac{5}{2}$ se tiene que $x^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{125}{8}$.

Por tanto $S = \left\{\frac{-1}{27}, \frac{125}{8}\right\}$.

h) $S = \left\{\frac{-1}{64}, 3375\right\}$

i) $20x - 31x^{\frac{1}{2}} - 7 = 0$

Dado que

$$20x - 31x^{\frac{1}{2}} - 7 = 0 \Rightarrow 20\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 31x^{\frac{1}{2}} - 7 = 0$$

Sea $u = x^{\frac{1}{2}}$, entonces

$$20\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 31x^{\frac{1}{2}} - 7 = 0 \Rightarrow 20u^2 - 31u - 7 = 0 \Rightarrow (5u+1)(4u-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 5u+1=0 \Rightarrow u = \dfrac{-1}{5} \\ 4u-7=0 \Rightarrow u = \dfrac{7}{4} \end{cases}$$

Como $u = x^{\frac{1}{2}}$ si $u = \frac{-1}{5}$ se tiene que $x^{\frac{1}{2}} = \frac{-1}{5}$ no tiene soluciones reales.

Como $u = x^{\frac{1}{2}}$ si $u = \frac{7}{4}$ se tiene que $x^{\frac{1}{2}} = \frac{7}{4} \Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{49}{16}$.

Por tanto $S = \left\{\frac{49}{16}\right\}$.

j) $S = \left\{-1, \frac{-1}{3}\right\}$

k) $\frac{1}{x^8} - \frac{97}{x^4} + 1296 = 0$

Note que el dominio de la variable es $\mathbb{R} - \{0\}$ y como

$$\frac{1}{x^8} - \frac{97}{x^4} + 1296 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x^4}\right)^2 - \frac{97}{x^4} + 1296 = 0$$

Sea $k = \frac{1}{x^4}$, entonces

$$k^2 - 97n + 1296 = 0 \Leftrightarrow (k-81)(k-16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k - 81 = 0 \Leftrightarrow k = 81 \\ k - 16 = 0 \Leftrightarrow k = 16 \end{cases}$$

Como $k = \frac{1}{x^4}$ si $k = 16$ se tiene que

$$\frac{1}{x^4} = 16 \Rightarrow 1 = 16x^4 \Rightarrow \frac{1}{16} = x^4 \Rightarrow \pm\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{x^4} \Rightarrow \pm\frac{1}{2} = x$$

Como $k = \frac{1}{x^4}$ si $n = 81$ se tiene que

$$\frac{1}{x^4} = 81 \Rightarrow 1 = 81x^4 \Rightarrow \frac{1}{81} = x^4 \Rightarrow \pm\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \sqrt[4]{x^4} \Rightarrow \pm\frac{1}{3} = x$$

Por tanto $S=\left\{\frac{-1}{2},\frac{-1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$.

l) $S=\left\{0,\frac{6}{7}\right\}$

m) $(4x-3)^{\frac{2}{3}}-10=9(4x-3)^{\frac{1}{3}}$

Dado que

$$(4x-3)^{\frac{2}{3}}-10=9(4x-3)^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow (4x-3)^{\frac{2}{3}}-9(4x-3)^{\frac{1}{3}}-10=0 \Leftrightarrow \left((4x-3)^{\frac{1}{3}}\right)^2-9(4x-3)^{\frac{1}{3}}-10=0$$

Sea $u=(4x-3)^{\frac{1}{3}}$, entonces

$$\left((4x-3)^{\frac{1}{3}}\right)^2-9(4x-3)^{\frac{1}{3}}-10=0 \Leftrightarrow u^2-9u-10=0 \Leftrightarrow (u+1)(u-10)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u+1=0 \Leftrightarrow u=-1 \\ u-10=0 \Leftrightarrow u=10 \end{cases}$$

Como $u=(4x-3)^{\frac{1}{3}}$ si $u=1$ se tiene que

$$(4x-3)^{\frac{1}{3}}=-1 \Rightarrow \left((4x-3)^{\frac{1}{3}}\right)^3=(-1)^3 \Rightarrow 4x-3=-1 \Rightarrow 4x=-1+3 \Rightarrow x=\frac{2}{4} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

Como $u=(4x-3)^{\frac{1}{3}}$ si $u=10$ se tiene que

$$(4x-3)^{\frac{1}{3}}=10 \Rightarrow \left((4x-3)^{\frac{1}{3}}\right)^3=(10)^3 \Rightarrow 4x-3=1000 \Rightarrow 4x=1000+3 \Rightarrow x=\frac{1003}{4}$$

Por tanto $S=\left\{\frac{1}{2},\frac{1003}{4}\right\}$.

n) $S=\left\{-1-\sqrt{6},-1,-1+\sqrt{6}\right\}$

o) $\left(\dfrac{p}{p-1}\right)^2=\dfrac{2p}{p-1}+3$

Dado que el dominio de la variable es $\mathbb{R}-\{1\}$, como

$$\left(\frac{p}{p-1}\right)^2=\frac{2p}{p-1}+3\Leftrightarrow\left(\frac{p}{p-1}\right)^2-\frac{2p}{p-1}-3=0$$

Sea $u=\dfrac{p}{p-1}$, entonces

$$\left(\frac{p}{p-1}\right)^2-\frac{2p}{p-1}-3=0\Leftrightarrow u^2-2u-3=0\Leftrightarrow(u-3)(u+1)=0\Leftrightarrow\begin{cases}u-3=0\Leftrightarrow u=3\\ u+1=0\Leftrightarrow u=-1\end{cases}$$

Como $u=\dfrac{p}{p-1}$ si $u=3$ se tiene que

$$\frac{p}{p-1}=3\Rightarrow p=3p-3\Rightarrow 3=3p-p\Rightarrow\frac{3}{2}=p$$

Como $u=\dfrac{p}{p-1}$ si $u=-1$ se tiene que

$$\frac{p}{p-1}=-1\Rightarrow p=-p+1\Rightarrow p+p=1\Rightarrow p=\frac{1}{2}$$

Por tanto como ambos valores están en el dominio de la variable, $S=\left\{\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right\}$.

Solución de ejercicios impares sección 2.3

Ejercicio 1

a)	Al denotar con x a uno de los números, al ser consecutivos los otros podrían corresponder a $x+1$ y $x+2$. La ecuación que permite resolver dicho problema es $x+(x+1)+(x+2)=336$
b)	Al denotar con y el número buscado, una ecuación que permite resolver el problema es $\frac{y}{2}+5=2y-12$
c)	Al denotar con m a uno de los números entonces el otro es $32-m$. Como el producto es $m\cdot(32-m)$, la ecuación que permite resolver dicho problema es $m\cdot(32-m)=255$
d)	Una parte es x y la otra $60-x$, entonces, la ecuación que permite resolver el problema es $x^2+(60-x)^2=2250$
e)	Al denotar con l la medida del largo del rectángulo y con a la de su ancho. Entonces, $74=2l+2a$ y $330=a\cdot l$. Como $330=a\cdot l \Rightarrow \frac{330}{a}=l$, la ecuación que permite resolver dicho problema es $74=2\cdot\frac{330}{a}+2a$
f)	Si m es el dinero que aportó una persona, la otra participó con $m+7\,000\,000$, y la ecuación que permite resolver el problema es $m+(m+7\,000\,000)=72\,000\,000$
g)	Al denotar con m la medida del ancho con l la del largo, se tiene que el perímetro P y el área A corresponden a $P=2m+2l$ y $A=l\cdot m$

	Con lo cual $202=2m+2l \Leftrightarrow 202-2m=2l \Leftrightarrow \frac{202-2m}{2}=l \Leftrightarrow 101-m=l$, además como $A=l\cdot m \Leftrightarrow 2520=l\cdot m$ por tanto se tiene que la ecuación que permite resolver dicho problema es $2520=l\cdot m \Leftrightarrow 2520=(101-m)\cdot m \Leftrightarrow 2520=101m-m^2 \Leftrightarrow m^2-101m+2520=0$	
h)	Si x representa la cantidad de solución al 13 %, entonces $28-x$ sería la cantidad al 2 %, con lo cual se tiene que: $13\%\cdot x+2\%\cdot(28-x)=15\cdot 3\% \Leftrightarrow 0{,}13x+(28-x)0{,}02=28\cdot 0{,}03$	
i)	Si x es el valor original del artículo, la ecuación que permite resolver el problema es $28750-15\%x=x \Leftrightarrow 28750-\frac{3x}{20}=x$	
j)	Si d es la cantidad de bombillos que hay en la caja, entonces la ecuación que permite resolver el problema es $\frac{3}{7}d+280=d$	
k)	Al denotar con m la cantidad de kilos de semilla de papa, entonces $75-m$ corresponde al total de kilos de semilla de frijol comprados. Por tanto, la ecuación que permite resolver dicho problema es	
$1200\cdot m+950\cdot(75-m)=334000$		

l)	Si se denota con x la cantidad de bolsos que se debe producir y vender, entonces se tiene que $1490000 = 18000 \cdot x - (4000000 + 12000 \cdot x)$
m)	Es importante recordar que el volumen de un cilindro corresponde al producto del área de la base por la altura. Así denotar con r la medida del radio, la ecuación que permite resolver dicho problema es $251{,}3274 = \pi r^2 h \Leftrightarrow 251{,}3274 = \pi r^2 \cdot 5$
n)	Al denotar con x la cantidad de días que duran Carlos y Juan si realizan el trabajo juntos, se tiene que $\frac{1}{2(x-7)} + \frac{1}{2(x+7)} = \frac{1}{x}$
o)	Al denotar con a la medida del otro lado y aplicando el teorema de Pitágoras la ecuación que permite dar solución al problema corresponde a $10^2 + a^2 = \left(10\sqrt{2}\right)^2$

Ejercicio 2

a)	Al denotar con x el menor de los números se tiene que $x+1$ y $x+2$ son los otros dos. Por tanto $x + (x+1) + (x+2) = 378$, al resolver la ecuación se tiene que $x + (x+1) + (x+2) = 378 \Leftrightarrow 3x + 3 = 378 \Leftrightarrow 3x = 378 - 3 \Leftrightarrow x = \frac{375}{3} \Leftrightarrow x = 125$ Por tanto los números son 125, 126 y 127.
b)	El número buscado es el 198.
c)	Al denotar con x el número menor se tiene que $x+1$ es el mayor. Por tanto $x(x+1) = 3192$. Al resolver se tiene que

	$x(x+1)=3192 \Leftrightarrow x^2+x-3192=0 \Leftrightarrow (x-56)(x+57)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=56 \\ x=-57 \end{cases}$ Como los números son enteros positivos se deberá descartar $x=-57$, por tanto los números son el 56 y el 57.
d)	Los números son -7 y 26.
e)	Al denotar con x uno de los números entonces el otro es $x+8$. Además se deberá satisfacer que $x(x+8)=153$. Al resolver se tiene que $x(x+8)=153 \Leftrightarrow x^2+8x-153=0 \Leftrightarrow (x-9)(x+17)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=-17 \end{cases}$ Si $x=9$ es uno de los números entonces el otro sería $9+8=17$. Si $x=-17$ es uno de los números entonces el otro sería $-17+8=-9$. Por tanto los números son 9 y 17 ó –9 y –17.
f)	Los números son 7 y 9.
g)	Se debe determinar la edad actual de Pedro, al denotarla con e se tiene que $30+e=3e$, al resolver la ecuación se tiene que $30+e=3e \Leftrightarrow 30=3e-e \Leftrightarrow \frac{30}{2}=e \Leftrightarrow 15=e$ Como la edad actual de Pedro es 15 años, dentro de 7 tendrá 22 años.
h)	La altura del depósito de agua es de 3 metros.
i)	Si se denota con x el ancho del pasillo de acuerdo con los datos del problema se tiene que las dimensiones de la alfombra son $(14-2x)$ y $(16-2x)$. Como el área es de 120 m², se tiene que $120=(14-2x)\cdot(16-2x)$. Al resolver la ecuación se tiene que

$$
\begin{aligned}
&120=(14-2x)\cdot(16-2x)\\
&\Leftrightarrow 120=224-60x+4x^2\\
&\Leftrightarrow 0=4x^2-60x+224-120\\
&\Leftrightarrow 0=4x^2-60x+104\\
&\Leftrightarrow 0=4\left(x^2-15x+26\right)\\
&\Leftrightarrow 0=4(x-13)(x-2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases} x-13=0 \Leftrightarrow x=13 \\ x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \end{cases}
$$

Note que se obtuvo dos posibles valores para el ancho del pasillo, pero si $x=13$ es la medida de dicho ancho uno de los lados de la alfombra medirá $(14-2\cdot 13)=14-26=-12$, pero como el valor es negativo no podrá corresponder a una medida.

Por tanto, el ancho uniforme del pasillo es de 2 metros.

j) Cada lado del cuadro que se cortará es de 2 cm.

k) Si se denota con p al precio de venta entonces se debe satisfacer que $75\,700+20\%\,p=p$.

Al resolver la ecuación se tiene que

$$
\begin{aligned}
&75\,700+20\%\,p=p\\
&\Leftrightarrow 75\,700+\frac{p}{5}=p\\
&\Leftrightarrow 75\,700=p-\frac{p}{5}\\
&\Leftrightarrow 75\,700=\frac{4p}{5}\\
&\Leftrightarrow 94\,625=p
\end{aligned}
$$

Por tanto el precio de venta del artículo es de 94 625 colones.

l) La disminución sería de 2 cm.

m) El volumen de la lata está dado por $V = a_b \cdot h = \pi r^2 h$, se tiene que

$$300\pi = \pi r^2 30 \Leftrightarrow \frac{300\pi}{30\pi} = r^2 \Leftrightarrow 100 = r^2 \Leftrightarrow \pm\sqrt{100} = r \Leftrightarrow \pm 10 = r\,.$$

Como la medida del radio es un número positivo entonces la medida del radio del empaque es de 10 cm.

n) La medida del radio del cilindro es 9 cm y la altura 36 cm.

o) Si se denota con t el tiempo que tarda la otra persona se tiene que $\frac{1}{6} = \frac{1}{9} + \frac{1}{t}$, al resolver se tiene que $\frac{1}{6} = \frac{1}{9} + \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{18} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = 18$.

Por tanto la otra persona sola duraría 18 horas.

p) Para que las ventas anuales sean de $52 000 deberá pasar 6 años.

q) Lo que se debe determinar es el valor de p para el cual se satisface que

$$4000 - 2p = -2000 + 4p \Leftrightarrow 4000 + 2000 = 4p + 2p \Leftrightarrow 6000 = 6p \Leftrightarrow \frac{6000}{6} = p \Leftrightarrow 1000 = p$$

Por tanto el precio con el cual se logra el equilibrio entre la oferta y la demanda es mil colones por kilo de papas.

r) Se produjeron 240 unidades de dicho producto.

s) Lo que se debe determinar es el valor de x para el cual se satisface $I - G = 1625000 \Leftrightarrow 1750x - (2000000 + 1250x) = 1625000$, al resolver se tiene que

$$\begin{aligned}
&1750x-(2\,000\,000+1250x)=1\,625\,000\\
&\Leftrightarrow 1750x-2\,000\,000-1250x=1\,625\,000\\
&\Leftrightarrow 1750x-1250x=1\,625\,000+2\,000\,000\\
&\Leftrightarrow 500x=3\,625\,000\\
&\Leftrightarrow x=\frac{3\,625\,000}{500}\\
&\Leftrightarrow x=7\,250
\end{aligned}$$

Por tanto, se deberá producir y vender 7 250 unidades.

t) Se deberá eliminar 5 litros de la mezcla y reemplazar por 5 litros de activo base.

Ejercicio 3

a) $\begin{cases} 2x-7=3 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$

Para resolver este ejercicio se utilizará el método de suma y resta, se multiplicará la primera ecuación por 4, con lo cual se obtiene

$$\left.\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}\right|^{4} \Leftrightarrow \left.\begin{cases} 8x-4y=12 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}\right|$$

Al sumar ambas ecuaciones se obtiene que

$$\left.\begin{cases} 8x-4y=12 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}\right|+$$
$$11x \quad\quad =7$$

Esto indica que $11x=7 \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{11}$.

Como $x=\frac{7}{11}$, al sustituir dicho valor en cualquiera de las ecuaciones se puede obtener el valor de la variable y. Así

$$2\cdot\frac{7}{11}-y=3\Rightarrow\frac{14}{11}-y=3\Rightarrow\frac{14}{11}-3=y\Rightarrow\frac{-19}{11}=y.$$

Por tanto el sistema es consistente y $S=\left\{\left(\frac{7}{11},\frac{-19}{11}\right)\right\}$.

b) $S=\{(x,y)\}=\left\{\left(\frac{60}{7},\frac{22}{7}\right)\right\}$

c) $\begin{cases}5x+2y=36\\8x+54=3y\end{cases}$

Note que $\begin{cases}5x+2y=36\\8x+54=3y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+2y=36\\8x-3y=-54\end{cases}$, para resolver este ejercicio se utilizará el método de suma y resta, se multiplicará la primera ecuación por 3 y la segunda por 2, con lo cual se obtiene

$$\left.\begin{cases}5x+2y=36\\8x-3y=-54\end{cases}\right|\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\Leftrightarrow\left.\begin{cases}15x+6y=108\\16x-6y=-108\end{cases}\right|$$

Al sumar ambas ecuaciones se obtiene que

$$\left.\begin{cases}15x+6y=108\\16x-6y=-108\end{cases}\right|+$$
$$31x\qquad=0$$

Esto indica que $31x=0\Leftrightarrow x=\frac{0}{31}\Leftrightarrow x=0$.

Como $x=0$, al sustituir dicho valor en cualquiera de las ecuaciones se puede obtener el valor de la variable y. Así $5\cdot0+2y=36\Rightarrow2y=36\Rightarrow y=\frac{36}{2}\Rightarrow y=18$.

Por tanto el sistema es consistente y $S=\{(0,18)\}$.

d) $S=\{(-1,1)\}$

e) $\begin{cases} 5n-2=3m \\ -10n+6m=4 \end{cases}$

Note que $\begin{cases} 5n-2=3m \\ -10n+6m=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5n-3m=2 \\ -10n+6m=4 \end{cases}$, para resolver este ejercicio se utilizará el método de suma y resta, se multiplicará la primera ecuación por 2, con lo cual se obtiene

$$\left.\begin{cases} 5n-3m=2 \\ -10n+6m=4 \end{cases}\right|^{2} \Leftrightarrow \left.\begin{cases} 10n-6m=4 \\ -10n+6m=4 \end{cases}\right|$$

Al sumar ambas ecuaciones se obtiene que

$$\left.\begin{cases} 10n-6m=4 \\ -10n+6m=4 \end{cases}\right|+$$
$$0=8$$

Dado que $0=8$ no es cierto, se concluye que el sistema es inconsistente, por tanto $S=\varnothing$.

f) $S=\left\{\left(\frac{-3}{2},-1\right)\right\}$

g) $\begin{cases} p-\dfrac{1}{180}q=24 \\ p-\dfrac{1}{40}q=17 \end{cases}$

Para resolver dicho sistema se utilizará el método suma y resta. Al restar ambas ecuaciones se obtiene que

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} p - \dfrac{1}{180} q = 24 \\ p - \dfrac{1}{40} q = 17 \end{array} \right| - \\ \hline \qquad \dfrac{7}{360} q = 7 \end{array}$$

Esto indica que $\frac{7}{360} q = 7 \Leftrightarrow q = \frac{7 \cdot 360}{7} \Leftrightarrow q = 360$.

Como $q = 360$, al sustituir dicho valor en cualquiera de las ecuaciones se puede obtener el valor de la variable p. Así

$p - \frac{1}{40} \cdot 360 = 17 \Rightarrow p - 9 = 17 \Rightarrow p = 17 + 9 \Rightarrow p = 26$.

Por tanto el sistema es consistente y $S = \left\{ (26, 360) \right\}$.

h) $S = \left\{ \left(\frac{17}{13}, \frac{-27}{13} \right) \right\}$

i) $\begin{cases} 2(y+x) - 3 = 2(1-y) - x \\ 4(x+2y) = 2(3-x) + 1 \end{cases}$

Note que $\begin{cases} 2(y+x) - 3 = 2(1-y) - x \\ 4(x+2y) = 2(3-x) + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 2x - 3 = 2 - 2y - x \\ 4x + 8y = 6 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 8y = 7 \end{cases}$.

Para resolver este sistema se utilizará el método de sustitución

Paso 1. Se despeja una de las variables.

En este ejemplo se despejará la variable y en la segunda ecuación.

Como $6x + 8y = 7 \Leftrightarrow 8y = 7 - 6x \Leftrightarrow y = \frac{7 - 6x}{8}$.

Paso 2. Se sustituye la variable despejada en la otra ecuación y se resuelve la ecuación resultante.

Al sustituir en la primera ecuación y resolver se tiene que

$$3x+4y=5 \Leftrightarrow 3x+4\left(\frac{7-6x}{8}\right)=5 \Leftrightarrow 3x+\frac{28}{8}-\frac{24x}{8}=5 \Leftrightarrow 3x+\frac{7}{2}-3x=5 \Leftrightarrow \frac{7}{2}=5$$

Dado que la última igualdad no es cierta se concluye que el sistema de ecuaciones no tiene solución. Por tanto $S=\varnothing$.

j) $S=\{(x,y)\,/\,y=3-x, x\in\mathbb{R}\}$

k) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}-\dfrac{4x+y}{2}=6 \\ \dfrac{3x+y}{2}+\dfrac{5x+y}{3}=5 \end{cases}$

Note que

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}-\dfrac{4x+y}{2}=6 \\ \dfrac{3x+y}{2}+\dfrac{5x+y}{3}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{3}-\dfrac{4x}{2}-\dfrac{y}{2}=6 \\ \dfrac{3x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{5x}{3}+\dfrac{y}{3}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-5x}{3}-\dfrac{y}{6}=6 \\ \dfrac{19x}{6}+\dfrac{5y}{6}=5 \end{cases}$$

Para resolver dicho sistema se utilizará el método suma y resta. Para ello se multiplicar

por 6 la primera ecuación y la segunda por $\dfrac{6}{5}$ y luego sumar se obtiene que

$$\left.\begin{cases} \dfrac{-5x}{3}-\dfrac{y}{6}=6 \\ \dfrac{19x}{5}+\dfrac{5y}{6}=5 \end{cases}\right| \begin{matrix} 6 \\ \dfrac{6}{5} \end{matrix} \Leftrightarrow \left.\begin{cases} -10x-y=36 \\ \dfrac{19x}{5}+y=6 \end{cases}\right| +$$

$$\frac{-31}{5}x \quad =42$$

Esto indica que $\dfrac{-31}{5}x=42 \Leftrightarrow x=\dfrac{42\cdot 5}{-31} \Leftrightarrow x=\dfrac{-210}{31}$.

Al sustituir dicho valor en cualquiera de las ecuaciones se puede obtener el valor de la variable y. Así $y=-10x-36 \Rightarrow y=-10\cdot\dfrac{-210}{31}-36 \Rightarrow y=\dfrac{984}{31}$.

Por tanto, como el sistema es consistente $S=\left\{\left(\frac{-210}{31},\frac{984}{31}\right)\right\}$.

Ejercicio 4

Dado que $\left.\begin{cases}2x-4y=5\\ 4x-3y=2n\end{cases}\right|^{2} \Leftrightarrow \left.\begin{cases}4x-8y=10\\ 4x-3y=2n\end{cases}\right|$. Al restar ambas ecuaciones se tiene que

$$\left.\begin{cases}4x-8y=10\\ 4x-3y=2n\end{cases}\right|-$$
$$-5y=10-2n$$

Por tanto $-5y=10-2n \Leftrightarrow y=\frac{10-2n}{-5} \Leftrightarrow y=-2+\frac{2n}{5}$, como n es contante, no importa el valor que tome la variable y dado que siempre estará bien definida. Por tanto el sistema siempre será consistente.

Ejercicio 5

Dado que $\begin{cases}2x-3y=15\\ -6y+k=-4x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3y=15\\ 4x-6y=-k\end{cases} \Leftrightarrow \left.\begin{cases}2x-3y=15\\ 4x-6y=-k\end{cases}\right|^{2} \Leftrightarrow \begin{cases}4x-6y=30\\ 4x-6y=-k\end{cases}$. Al restar ambas ecuaciones se tiene que

$$\left.\begin{cases}4x-6y=30\\ 4x-6y=-k\end{cases}\right|-$$
$$0=30+k$$

Note que la única forma para que el sistema sea consistente se debe satisface que $0=30+k \Leftrightarrow k=-30$. De lo contrario no habría solución.

Esto implica que el sistema dado es inconsistente si $k\in\mathbb{R}-\{-30\}$.

Ejercicios de autoevaluación

Ejercicio 1

$$P=\frac{E^2}{R+r}-\frac{E^2r}{(R+r)^2}\Leftrightarrow P=E^2\left(\frac{1}{R+r}-\frac{r}{(R+r)^2}\right)\Leftrightarrow P=E^2\left(\frac{R+r-r}{(R+r)^2}\right)\Leftrightarrow P=E^2\left(\frac{R}{(R+r)^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow (R+r)^2P=E^2R\Leftrightarrow \frac{(R+r)^2P}{R}=E^2\Leftrightarrow \pm\sqrt{\frac{(R+r)^2P}{R}}=E.$$

Ejercicio 2

$$\frac{x+\frac{1}{x+\frac{1}{x}}}{x-\frac{1}{x-\frac{1}{x}}}=1\Rightarrow x+\frac{1}{x+\frac{1}{x}}=x-\frac{1}{x-\frac{1}{x}}\Rightarrow x-x+\frac{1}{x+\frac{1}{x}}=-\frac{1}{x-\frac{1}{x}}\Rightarrow \frac{1}{x+\frac{1}{x}}=-\frac{1}{x-\frac{1}{x}}$$

$$x-\frac{1}{x}=-\left(x+\frac{1}{x}\right)\Rightarrow x-\frac{1}{x}=-x-\frac{1}{x}\Rightarrow x+x=-\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\Rightarrow 2x=0\Rightarrow x=\frac{0}{2}\Rightarrow x=0.$$

Sin embargo, $x=0$ indefine la expresión. Por lo tanto, $S=\{\ \}$.

Ejercicio 3

$$\begin{aligned}
&(t-x)^2-yt+yx=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-x)^2+(-yt+yx)=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-x)^2-y(t-x)=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-x)\big((t-x)-y\big)=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-x)(t-x-y)=0\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} t-x=0\Leftrightarrow t=x,\\ t-x-y=0\Leftrightarrow t=x+y.\end{cases}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, $S=\{x,x+y\}$.

Ejercicio 4

El dominio de la variable es $\mathbb{R}-\{-2,-1\}$.

Al resolver $1-\dfrac{1}{x^2+3x+2}=0 \Rightarrow 1=\dfrac{1}{x^2+3x+2} \Rightarrow x^2+3x+2=1 \Rightarrow x^2+3x+1=0$.

Luego $\Delta=3^2-4\cdot1\cdot1=5$ y $S=\left\{\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2},\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

Como ambas soluciones no están en el dominio de la variable, $S=\{\ \}$.

Ejercicio 5

Al denotar con x la cantidad de ácido puro que se deberá agregar para aumentar la concentración al 50 %, se resuelve $(12+x)\cdot 50\,\%=12\cdot 40\,\%+x$.

Note que $(12+x)\cdot 50\,\%$ corresponde a la cantidad de litros que habría al 50 %, luego de agregar x cantidad de ácido puro. Además, $12\cdot 40\,\%$ es lo que había de ácido puro en los 12 L al principio. Así,

$$
\begin{aligned}
&(12+x)\cdot 50\,\%=12\cdot 40\,\%+x\\
&\Leftrightarrow (12+x)\cdot 0,5=12\cdot 0,4+x\\
&\Leftrightarrow 6+0,5x=4,8+x\\
&\Leftrightarrow 6-4,8=x-0,5\\
&\Leftrightarrow 1,2=0,5x\\
&\Leftrightarrow \frac{1,2}{0,5}=x\\
&\Leftrightarrow 2,4=x.
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, se deberán agregar 2,4 L de ácido puro.

Ejercicio 6

Como $\{(m,3)\}$ es el conjunto solución del sistema, se puede sustituir x y y de la siguiente manera: $\begin{cases} m-3=n \\ m+3=8 \end{cases}$. Al sumar, se tiene que $\begin{array}{r} \begin{cases} m-3=n \\ m+3=8 \end{cases}\Bigg| + \\ \hline 2m \quad = n+8 \end{array}$ y, por lo tanto, $m=\dfrac{n+8}{2}$.

Fuentes consultadas

Ávila, J. (2003). *Álgebra y Trigonometría*. Cartago: Editorial Tecnológica.

Barrantes, H. (2005). *Introducción a la Matemática*. San José, Costa Rica: EUNED.

Barrantes, H. (2010). *Matemática Básica para Administración*. San José, Costa Rica: EUNED.

Chacel, R. (s. f.). George Polya. Estrategias para la resolución de problemas. Recuperado de http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/-Estrategias%20de%20Polya.pdf

Goodman, A. y Hirsch, L. (1996). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Prentice Hall.

Larson, R. y Hostetler, R. (2010). *Precálculo* (7.ª ed.). México, D. F.: Editorial Reverté S. A.

Ministerio de Hacienda (2017). Impuesto sobre la renta (régimen tradicional). Recuperado de http://www.hacienda.go.cr/contenido/12994-regimen-tradicional

Murillo, M., Soto, A. y Araya, J. (2003). *Matemática básica con aplicaciones*. San José, Costa Rica: EUNED.

Paul, R. y Haeussler, E. (2003). *Matemáticas para administración y economía* (10.ª ed.). México: Pearson.

Ruiz, A. (2003). *Historia y Filosofía de las matemáticas*. San José, Costa Rica: EUNED.

Sullivan, M. (2013). *Álgebra y Trigonometría* (9.ª ed.). México, D. F.: Pearson.

Zill, D. y Wright, W. (2011). *Cálculo. Trascendentes tempranas* (4.ª ed.). México, D. F.: McGraw-Hill.