FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UPNFM

4ª EDICIÓN - 2023
OLIMPRI
OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA PARA PRIMARIA

IV OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS PARA PRIMARIA
OLIMPRI 2023

CUADERNILLO DE PROBLEMAS

SEXTO GRADO

OLIMPRI
HONDURAS

Editores: David Enrique Letona Chinchilla
Lilibeth Carolina López Zavala

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN UPNFM

4ª EDICIÓN - 2023 OLIMPRI OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA PARA PRIMARIA

ÍNDICE

Presentación...1
Problemas de práctica individual.......................................3
Problemas de práctica grupal.. 7
Problemas de prueba individual 10
Problemas de prueba grupal..14
Soluciones de práctica individual......................................17
Soluciones de práctica grupal... 29
Soluciones de prueba individual...................................... 34
Soluciones de prueba grupal... 45
Créditos.. 52
Referencias.. 53

OLIMPRI HONDURAS

PRESENTACIÓN

En el marco del desarrollo de la IV Olimpiada Internacional de Matemáticas para Primaria (OLIMPRI), que se llevó a cabo del 8 al 13 de diciembre del año 2023 en formato virtual, Honduras tuvo el honor de ser el país anfitrión. Los organizadores de esta cuarta edición fueron el Departamento de Educación Básica de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Pedagógica Nacional "Francisco Morazán" donde participaron un total de 13 países de habla hispana, entre los que se encontraban Argentina, Bolivia, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, España, Honduras, México, Panamá, Perú, Uruguay y Venezuela.

Durante la competencia de Olimpiada infantil de matemática se aplicó dos tipos de prueba, una prueba individual que consistió en 5 ejercicios de respuesta corta, 3 de desarrollo y una prueba grupal conteniendo 3 ejercicios prácticos para cada uno de los grados de cuarto, quinto y sexto.

El presente cuadernillo tiene el propósito de ilustrar cada uno de los ejercicios inéditos antes mencionados para sexto grado con sus respectivas soluciones como memoria de los ejercicios aplicados en la IV OLIMPRI con el fin de brindar a los futuros participantes recursos de estudios y preparación para esta competencia.

¡Muchos éxitos !

SEXTO GRADO

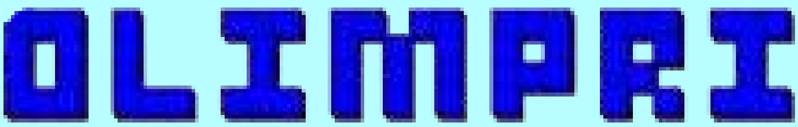
PROBLEMAS DE PRÁCTICA INDIVIDUAL

A continuación, se presentan varios problemas matemáticos diseñados para estimular su creatividad, curiosidad y habilidades de resolución de problemas. Estos ejercicios también contribuyen a desarrollar buenas prácticas educativas.

Problemas de Respuesta Corta

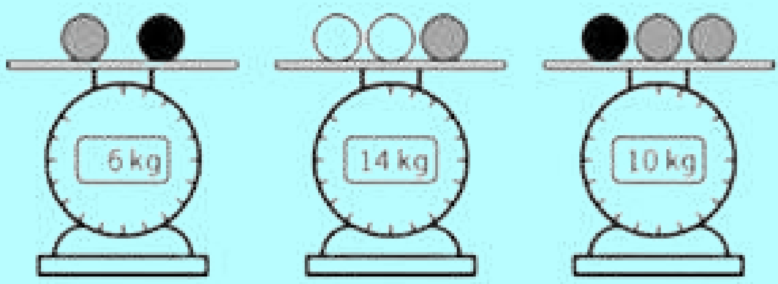
1.En la construcción de una Villa Olímpica se utilizan camiones de 8 m3 y de 5 m3 de capacidad. En un mes se transportan 13110 m3 de arena en 2022 viajes. ¿Cuántos viajes se dieron con cada tipo de camión?

2. María tenía muchos cubitos de color rojo y decidió pegar cada uno de ellos a un gran cartón plano para así formar la palabra OLIMPRI. Cuando terminó de pegar sus cubitos se dio cuenta que no le gustaba tanto el color rojo por lo que pintó de azul todas las caras visibles de los cubitos. Finalmente, el trabajo de María quedó como se muestra a continuación.



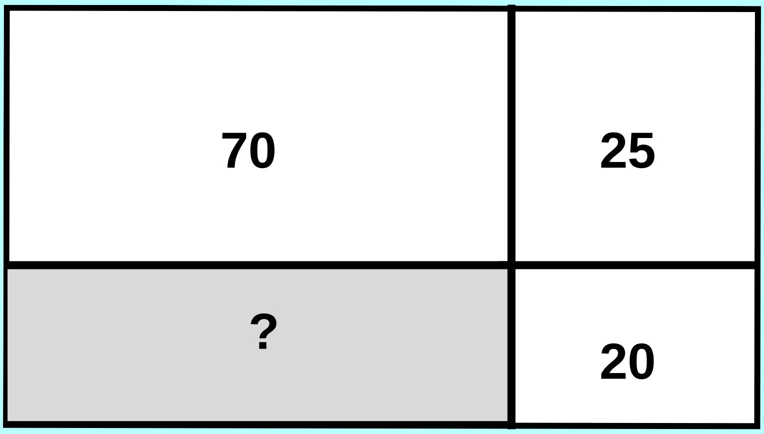
¿Cuántos cubitos tienen exactamente 3 caras azules?

3. Si las pelotas del mismo color tienen el mismo peso, ¿cuántos kilos pesa cada pelota blanca?



4.Una familia está formada por nueve miembros, dos adultos (el papá y la mamá) y siete hijos (cuatro mujeres y tres hombres). Si el promedio de edades de las hijas es de 12, el promedio de los hijos es 21 y el promedio de los padres es 48. ¿Cuál es el promedio de edad de esa familia?

5.Se dan las áreas, en centímetros cuadrados, de tres rectángulos, cuyos lados tienen medidas enteras.



¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, del rectángulo sombreado?

Problemas de Desarrollo

1. Se resta un número de 3 cifras a un número de 4 cifras y el resultado es un número de 3 cifras.

$$\square\square\square\square - \square\square\square = \square\square\square$$

Los 10 dígitos son todos diferentes.
¿Cuál es el resultado más pequeño posible?

2. La suma de dos números positivos es 22 y la suma de sus cuadrados es 280. ¿Cuál es el producto?

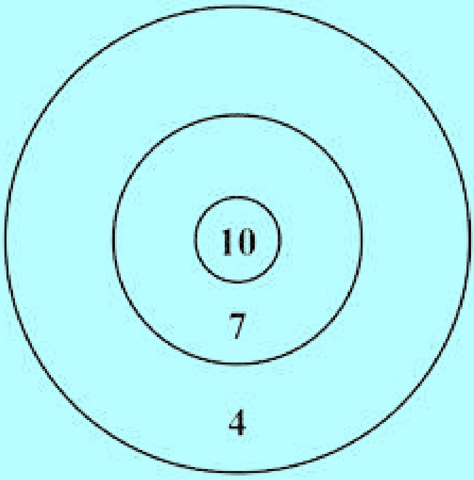
3. Al dividir los números 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 y 12 en cuatro grupos, cada grupo contiene tres números y la suma de dos de los números es el tercer número. ¿Cuál es el producto mínimo de estos terceros números?

PROBLEMAS DE PRÁCTICA GRUPAL

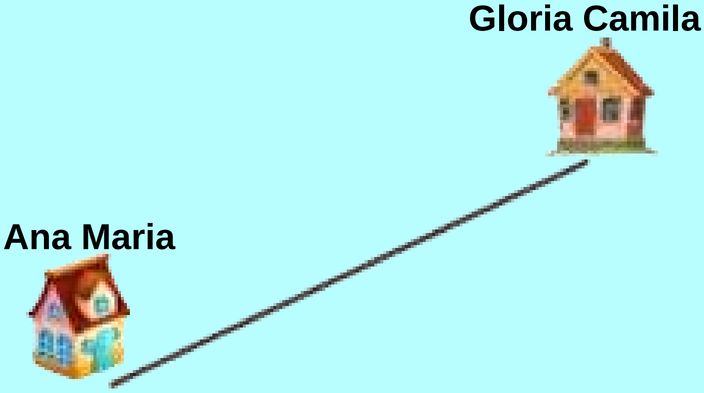
Esta sección se le presentan tres problemas como práctica que deben desarrollar los alumnos de sexto grado en equipo. La intensión de ello, es poner a prueba las estrategías de resolución de problemas como parte del trabajo colaborativo entre los integrantes.

OLIMPRI
HONDURAS

1.- En un objetivo de tiro, acertar en el centro vale 10 puntos, acertar en el aro interior vale 7 puntos y acertar en el aro exterior vale 4 puntos. Un alumno dispara al aro central y al interior el mismo número de veces, y de cada tres tiros, exactamente uno falla en el objetivo. Si su número de tiros es exactamente múltiplo de 3 y su puntuación total es 99, ¿cuántas veces disparó en total?



2. Ana María y Gloria Camila viven en una calle inclinada, Ana abajo y Gloria arriba. Cuando una de ellas está bajando lo hace tres veces más rápido que la que está subiendo.
Razona en qué lugar de la calle se encontrarán si ambas salen de su casa a la misma vez. Te dejamos un esquema para que sitúes razonadamente el punto de encuentro.



3. Una sucesión formada por números naturales de un solo dígito inicia con los números a y b (a es el primer término y b es el segundo término). A partir del tercero, cada término es el último dígito del producto de los dos términos anteriores. Si el cuarto término es 1 y el noveno término es 3, halle a+b.

PROBLEMAS DE PRUEBA INDIVIDUAL

Esta sección se muestran los problemas de la prueba individual aplicado a los niños de sexto grado en la IV OLIMPRI. Estos se clasifican en cinco ejercicios de respuesta corta y tres de desarrollo, los cuales promueven el razonamiento matemático mediante la resolución de problemas que representan a varios bloques de contenidos tales como Números y Operaciones, Geometría, Medidas, Álgebra y Estadística.

OLIMPRI
HONDURAS

Problemas de respuesta corta

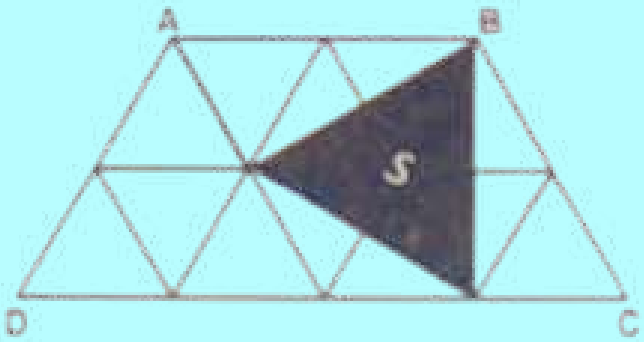
1.Rómulo numeró sus libros de cuentos1, 2, 3,.... Se sabe que la suma de todos estos números es múltiplo de 100 y menor que 1000. ¿Cuál es el número máximo de libros de cuentos de Rómulo?

2.Angela sabe que a Beatriz le gustan los retos matemáticos, por lo que le pide que descubra el número de dos dígitos que está pensando. Para ello, Angela le dice a Beatriz que 3 de las siguientes proposiciones acerca del número son verdaderas y las demás son falsas:

- El dígito de las decenas es 2.
- La suma de sus dígitos es 9.
- El dígito de sus unidades es 5.
- El número es primo.
- El número es múltiplo de 4.
- El producto de sus dígitos es 6.

Con toda esta información, Beatriz puede descubrir el número de Angela. ¿Cuál es este número?

3.En la figura de abajo, el trapecio ABCD está compuesto por 12 triángulos equiláteros iguales. Se ha superpuesto el triángulo negro S que también es equilátero, de tal forma que sus vértices coinciden con los vértices de algunos de los triángulos blancos.
¿Qué proporción del área del trapecio está ocupada por el área del triángulo?



4.Luis que es muy observador se da cuenta que existe un número $\overline{abc}$ con las siguientes condiciones:

- es mayor a 500,
- es cuadrado perfecto,
- a, b y c son dígitos distintos de cero y distintos dos a dos, y
- curiosamente el número $\overline{cba}$ también es un cuadrado perfecto.

¿Cuál es el número $\overline{abc}$ descubierto por Luis?

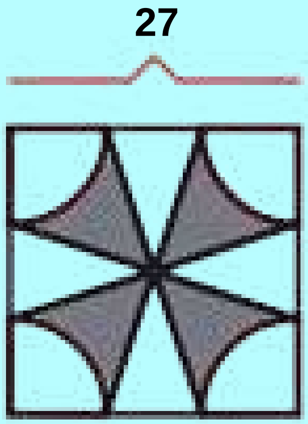
5.En la siguiente secuencia: 1, 2, 4, 8, 6,... A partir del segundo término, cada término se multiplica por 2 del término anterior y luego se divide por 10 para anotar el resto. ¿Cuál es el número que ocupa el lugar 2023 de la secuencia?

Problemas de desarrollo

1.Una abuela de una familia numerosa me comentó que había repartido 100 olimpris entre sus nietos y nietas en partes iguales y le habían sobrado 5 olimpris. Además, el abuelo repartió 150 entre los mismos nietos y nietas cobrándole en este caso 17 olimpris. ¿Cuántos nietos y nietas en conjunto tenían esta pareja?

Nota:La olimpri es la moneda oficial de las olimpiadas

2.Observe la siguiente figura compuesta por triángulos, porciones de círculos y un cuadrado.



Además considere que:

- La figura sombreada se construye desde el centro del cuadrado.
- Cada lado del cuadrado se dividió en tres partes de igual medida.
- Cada lado del cuadrado mide 27 cm.

¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, de la parte sombreada de la figura?

3. Considere la siguiente información referente a los costos de dos tipos de encuadernados para documentos que tengan 200 o menos hojas: Los encuadernados con resorte valen 1250 olimpris y el encuadernado cosido vale 1400 olimpris.
Si se sabe que cierto día se realizaron 43 encuadernados y por ellos se cobró en total, 56,300 olimpris, entonces, ¿Cuántos encuadernados con resorte, se realizaron ese día?

PROBLEMAS DE PRUEBA GRUPAL

Esta sección se muestran los tres problemas de la prueba grupal aplicado a los niños de sexto grado en le IV OLIMPRI. En esta prueba supervisada por equipos de trabajo se busca que los participantes desarrollen procesos matemáticos de comunicación, estrategia, conexión, representación y razonamiento en los distintos contenidos.

OLIMPRI
HONDURAS

Problemas de prueba grupal

1.José, Irene, David, Ían y Ana están jugando a los animales y pueden elegir entre ser león o pantera. Los leones dicen siempre la verdad mientras que las panteras mienten siempre. Les preguntamos y nos responden lo siguiente

a. Ana dice que Jose es un león.
b. Irene dice que David es una pantera.
c. Ían dice que Ana no es una pantera.
d. Jose dice que Irene no es un león.
e. David dice que Ana e Ían son animales distintos.

¿Cuántas panteras hay?

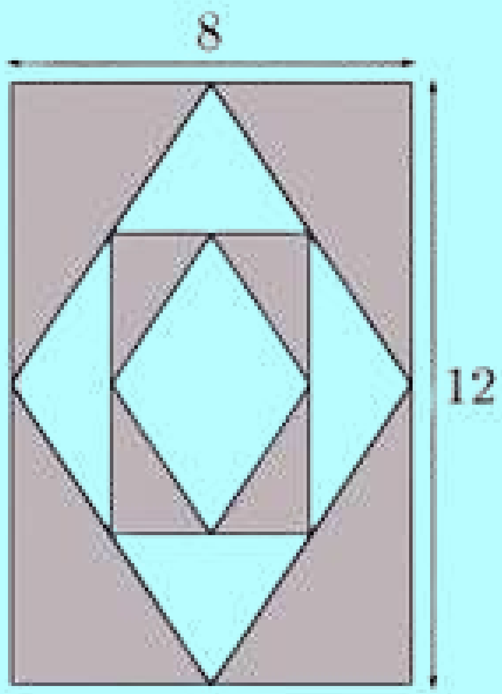
2.Fernando cuida mucho el medio ambiente y él recicla el vidrio, el papel y los envases de plástico. El plástico lo saca cada dos días, el vidrio cada tres días y el papel cada cuatro días. Hoy sábado 9 de diciembre se han sacado los vidrios, los envases y el papel, además de la basura orgánica que se saca a diario. Hay que tener en cuenta que los domingos solo podremos sacar basura orgánica, no hay servicio de reciclaje, por lo que si hubiera que sacarlo el domingo se dejaría para el lunes.

a) ¿Qué día se volverá a sacar nuevamente vidrios, papel y envases?

b) ¿Y qué día coincidirán por segunda vez los tres reciclados?

c) Hay un día de la semana en el que solo se reciclan plásticos, ¿Qué día es ese?

3. A continuación se muestra una figura formada por un rectángulo grande que tiene en su interior un rombo grande con vértices en los puntos medios del rectángulo grande.
Además, dentro del rombo grande hay un rectángulo pequeño que tiene como vértices los puntos medios de los lados del rombo grande y dentro del rectángulo pequeño hay un rombo pequeño que tiene sus vértices en los puntos medios de los lados del rectángulo pequeño.
Halle el área de la parte sombreada.



SOLUCIONES DE PROBLEMAS DE PRÁCTICA INDIVIDUAL

Esta sección se muestran algunas de las posibles soluciones de los problemas de la práctica individual aplicado a los niños de sexto grado en la IV OLIMPRI con el fin que los participantes verifiquen las respuestas de sus prácticas y comparen sus procedimientos.

Problemas de Respuesta Corta

1.En la construcción de una Villa Olímpica se utilizan camiones de 8 m3 y de 5 m3 de capacidad. En un mes se transportan 13110 m3 de arena en 2022 viajes. ¿Cuántos viajes se dieron con los camiones de 5m3?

Solución:

Cantidad de viajes con camiones de 5 m3 --> x
Cantidad de viajes con camiones de 8 m3 ---> y
Cantidad total de viajes --> x + y = 2022
Capacidad total de arena transportada 13,110 m3
Ecuación que representa el total de arena transportada:
$5x + 8y = 13,110$

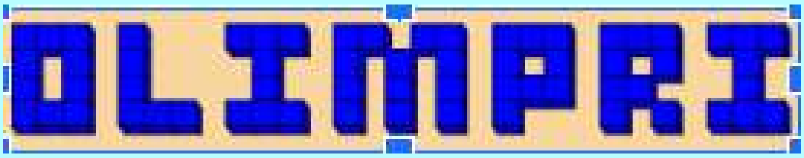
Si sabemos que x + y es 2022, de la ecuación anterior podríamos tener 5 veces la suma x+y, como se muestra a continuación:

$x + x + x + x + x + y + y + y + y + y + y + y + y = 13,110$
$(x+y) + (x+y) + (x+y) + (x+y) + (x+y) + 3y = 13110$
$5(x+y) + 3y = 13,110$
$5(2022) + 3y = 13,110$
$10,110 + 3y = 13,110$
$3y = 13110 - 10,110$
$3y = 3000$

Entonces y es 1000 y para complementar el 2022, x es 1022.

Respuesta: 1022 viajes.

2. María tenía muchos cubitos de color rojo y decidió pegar cada uno de ellos a un gran cartón plano para así formar la palabra OLIMPRI. Cuando terminó de pegar sus cubitos se dio cuenta que no le gustaba tanto el color rojo por lo que pintó de azul todas las caras visibles de los cubitos. Finalmente, el trabajo de María quedó como se muestra a continuación.



¿Cuántos cubitos tienen exactamente 3 caras azules?

Solución:

1. Sacar el número de cubitos por letra.

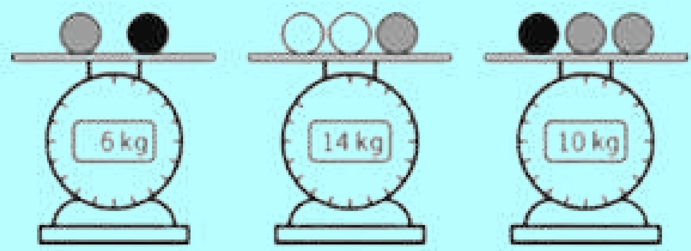
O ------- 1
L ------- 1
I ------- 2
M ------- 4
P ------- 2
R ------- 4
I ------- 2

2. Sumar para encontrar el número total de cubitos que tienen 3 caras azules.

$1 + 1 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 = 16$

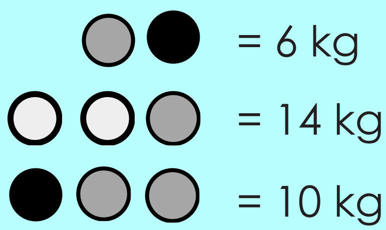
Respuesta: 16 cubitos.

3. Si las pelotas del mismo color tienen el mismo peso, ¿cuántos kilos pesa cada pelota blanca?

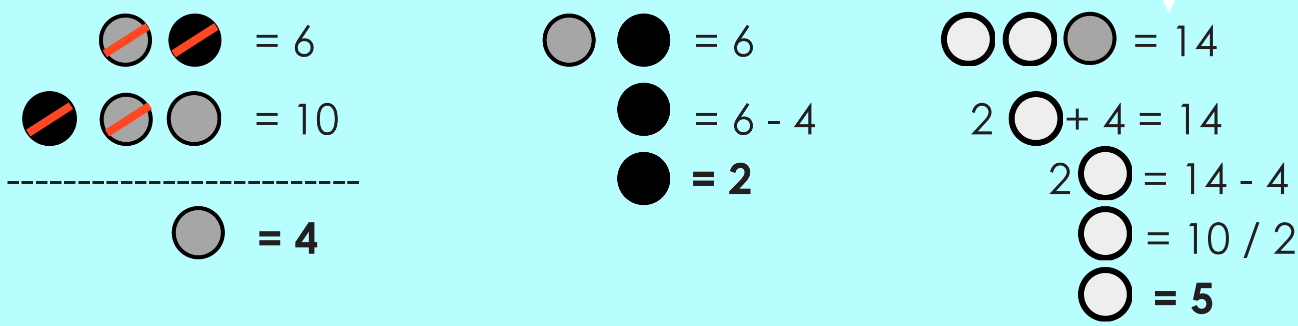


Solución:

1. Mostrar el peso de las pelotas por cada balanza.



2. Cancelar las pelotas del mismo color y restar el peso de la igualdad.



Respuesta: Cada pelota blanca pesa 5 kg

4.Una familia está formada por nueve miembros, dos adultos (el papá y la mamá) y siete hijos (cuatro mujeres y tres hombres). Si el promedio de edades de las hijas es de 12, el promedio de los hijos es 21 y el promedio de los padres es 48. ¿Cuál es el promedio de edad de esa familia?

Solución:

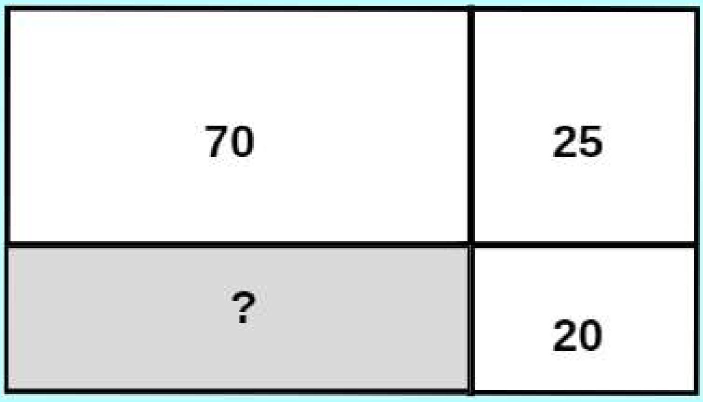
1. Promedio de edad de las hijas: 4 x 12 = 48
2. Promedio de edad de las hijos: 3 x 21 = 63
3. Promedio de edad de los padres: 2 x 48 = 96
4. Se suman el total de promedios de las edades

   48 + 63 + 96 = 207
5. El total se divide entre el número total de miembros.

   207 ÷ 9 = 23

Respuesta: 23 años es el promedio de edad.

5.Se dan las áreas, en centímetros cuadrados, de tres rectángulos, cuyos lados tienen medidas enteras.



¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, del rectángulo sombreado?

<u>Solución:</u>

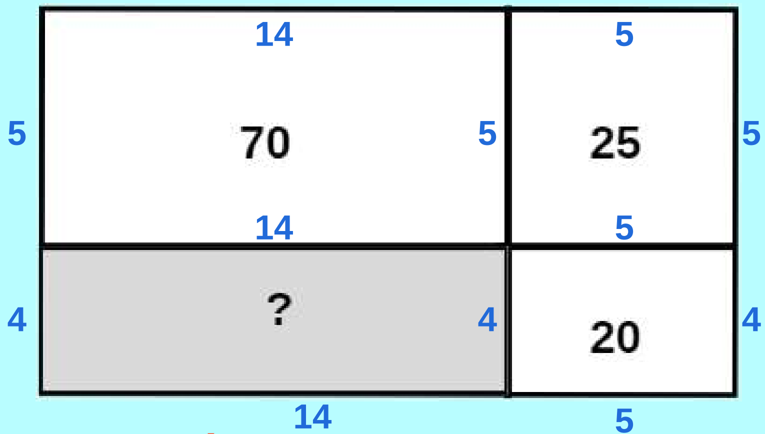
1.Si el área del cuadrado de 25cm2, sus lados miden 5 cm.

2.El área del cuadrado de 20cm2, sus lados miden 5 cm y 4 cm.

3.Área del cuadrado de 70cm2, sus lados miden 5 cm y 14 cm

4. Por lo tanto, el área del cuadrado sombreado que tiene como medida de sus lados 4 cm y 14 cm.

4 x 14 = 56



Respuesta: 56 cm2 es el área del cuadrado sombreado.

Problemas de desarrollo

1. Se resta un número de 3 cifras a un número de 4 cifras y el resultado es un número de 3 cifras.

$$\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{} - \boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{} = \boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}$$

Los 10 dígitos son todos diferentes.
¿Cuál es el resultado más pequeño posible?

<u>Solución 1:</u>

1. El número de 4 cifras debe de ser de los más pequeños con cifras distintas.
2. El número de 3 cifras debe de ser de los más grandes con cifras distintas.
3. El 1 y el 0 deben estar en las unidades de millar y centenas del número de 4 cifras.
4. El número de 4 cifras al combinar puede ser 1035.
El número de las centenas del número de 3 cifras, puede ser 7,8,9.
5. En vista que todos los dígitos deben ser diferente, la menor diferencia con 3 cifras debe ser un número mayor a 100, en este caso la combinación puede ser 789.
6. En este caso si se resta el número de 3 cifras al número de 4 cifras, quedaría.

$$\boxed{1}\,\boxed{0}\,\boxed{2}\,\boxed{5} - \boxed{7}\,\boxed{8}\,\boxed{9} = \boxed{2}\,\boxed{4}\,\boxed{6}$$

Respuesta: 246 es el resultado más pequeño.

Solución 2:

1. El número de 4 cifras debe de ser de los más pequeños con cifras distintas.
2. El número de 3 cifras debe de ser de los más grandes con cifras distintas.
3. El 1 y el 0 deben estar en las unidades de millar y centenas del número de 4 cifras.
4. El número de las centenas del número de 3 cifras, puede ser 7,8,9.
5. En vista que todos los dígitos deben ser diferente, la menor diferencia con 3 cifras debe ser un número mayor a 100 .

6.Probar los diferentes casos de combinación con 1 y 0 paralas primeras posiciones del número de 4 cifras y 7,8 o 9 para las posiciones del número de 3 cifras.

Combinaciones para el número de 4 cifras, exceptuando los posibles del de 3 cifras: 1023, 1024, 1025, 1026
1032, 1034, 1035, 1036
1042, 1043, 1045, 1046
1052, 1053, 1054, 1056
1062, 1063, 1064, 1065
Combinaciones posibles con los dígitos mayores para el número de 3 cifras: 987, 978, 897, 879, 798, 789.

- Si tomo el mayor de 4 cifras formados y los números con 9 en las centenas, resultan en la resta números de 2 cifra, por lo que se descartan esas restas.
- Si a cualquier número comprendido ente 1023 y 1065 le resto, y sea el 897 o el 879 la respuesta será un número entre 100 y 200 por lo que el 1 se repita y se descarta estas restas.
- Solo resta probar los casos donde se reste cualquier número de los del grupo de 4 cifras con 798 y 789, pero considerar los casos mas cercanos para encontrar las menores diferencias y descartar donde hayan cifras repetidas:

1023-798= 225 ✗
1024-798= 226 ✗
1025-798= 227 ✗
1026-798= 228 ✗
1032-798= 234 ✗
1034-798= 236 ✗
1035-798= 237 ✗
1036-798=238 ✗

1023-789=234 ✗
1024-789= 235 ✗
1025-789= 236 ✗
1026-789= 237 ✗
1032-789= 243 ✗
1034-789= 245 ✗
1035-789= 246 ✓
1036-789= 247 ✗

Respuesta: La menor diferencia es 246

2. La suma de dos números positivos es 22 y la suma de sus cuadrados es 280. ¿Cuál es el producto?

Solución:

1. La suma de 2 números positivos: A+ B = 22

2. La suma de sus cuadrados es: A^2 + B^2 = 280

3. Por lo que el producto de A x B se puede formular:

$$(A + B)\ (A + B) = 22 \times 22$$

$$A^2 + AB + AB + B^2 = 484$$

$$(A^2 + B^2) + 2AB = 484$$

$$280 + 2AB = 484$$

$$2AB = 484 - 280$$

$$2AB = 204$$

$$AB = 204 / 2$$

$$\mathbf{AB = 102}$$

Respuesta: 246 es el resultado más pequeño.

3. Al dividir los números 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 y 12 en cuatro grupos, cada grupo contiene tres números y la suma de dos de los números es el tercer número. ¿Cuál es el producto mínimo de estos terceros números?

Solución:

1. Buscar todos los posibles grupos de 3 que cumplan con la condición de que dos de ellos sumen el tercero.

2. Hacer las combinaciones que cumplan con las condiciones que en grupos de 3 los dos primeros sumen el tercero, sin que se repitan y sean parte de la lista del 1 al 12.

- {(1,2,3),(1,3,4),(1,4,5),(1,5,6),(1,6,7),(1,7,8),(1,8,9),(1,9,10),(1,10,11),(1,11,12),(2,3,5),(2,4,6),(2,5,7),(2,6,8),(2,7,9),(2,8,10),(2,9,11),(2,10,12),(3,4,7),(3,5,8),(3,6,9),(3,7,10),(3,8,11),(3,9,12),(4,5,9),(4,6,10),(4,7,11),(4,8,12),(5,6,11),(5,7,12)}

3. Armar grupos de 4 tríos donde no se repitan los números y estén los 12 de la lista. Se sugiere combinar los menores con los mayores. Y comprobar los productos

{(1, 5, 6), (2, 8, 10), (3, 9, 12), (4, 7, 11)}-->6x10x12x11= 7920

{(1, 5, 6), (2, 9, 11), (3, 7, 10), (4, 8, 12)}-->6x11x10x12=7920

{(1, 6, 7), (2, 10, 12), (3, 8, 11), (4, 5, 9)}-->7x12x11x9=8316

{(1, 8, 9), (2, 10, 12), (3, 4, 7), (5, 6, 11)}-->9x12x7x11=8316

{(1, 9, 10), (2, 4, 6), (3, 8, 11), (5, 7, 12)}--10x6x11x12=7920

{(1, 10, 11), (2, 5, 7), (3, 6, 9), (4, 8, 12)}-->11x7x9x12=8316

{(1, 11, 12), (2, 6, 8), (3, 7, 10), (4, 5, 9)}-->12x8x10x9=8640

{(1, 11, 12), (2, 7, 9), (3, 5, 8), (4, 6, 10}-->12x9x8x10=8640

Respuesta: El mínimo producto es 7920

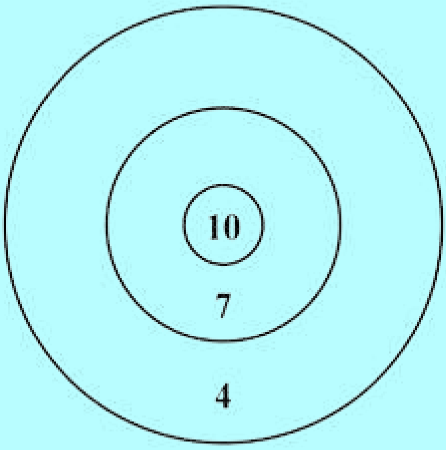
SOLUCIONES DE PROBLEMAS DE PRÁCTICA GRUPAL

Esta sección se muestran algunas de las posibles soluciones de los problemas de la práctica grupal aplicado a los equipos de sexto grado en la IV OLIMPRI con el fin que los participantes verifiquen las respuestas de sus prácticas y comparen sus procedimientos.

OLIMPRI
HONDURAS

Problemas de práctica grupal

1. En un objetivo de tiro, acertar en el centro vale 10 puntos, acertar en el aro interior vale 7 puntos y acertar en el aro exterior vale 4 puntos. Un alumno dispara al aro central y al interior el mismo número de veces, y de cada tres tiros, exactamente uno falla en el objetivo. Si su número de tiros es exactamente múltiplo de 3 y su puntuación total es 99, ¿cuántas veces disparó en total?



x es la cantidad de disparos para 10 y como es la misma cantidad de disparos para 7, también valdrá x, y es la cantidad de disparos para 4 , por los que tenemos

$10x + 7x + 4y = 99$, sabiendo que x se multiplica por 10 y por 7 y en el cado de y se multiplica por 4.
Como se pueden sumar las mismas variables tenemos la ecuación
$17x + 4y = 99$
En este caso conviene encontrar y restando a 99 el producto de 17x de tal manera que la resta sea múltiplo de 4 .

Usando una tabla para las posibles combinaciones tenemos que:

x	99-17x	¿99-17x es múltiplo e 4?	Si los es, entonces dividir entre 4 para continuar (99-17) /4=y	17x+4y	¿17x+4y=99?
1	99-17(1) =82	No	*********	*************	***********
2	99-17(2) =65	No	*********	*************	***********
3	99- 17(3) =48	Si	48/4=12	17(3) +4(12) =99	Si.
4	99-17(4) =31	No	*********	*************	***********
5	99-17(5) =14	No	*********	*************	**********

De la tabla anterior se sabe que 12 veces se disparó a 4, 3 veces a 10 y 3 veces a 7 para ganar 99 puntos y como se sabe que de cada 3 tiros se falla 1, eso que quiere decir que 1/3 del total se falla y 2/3 se dispara.

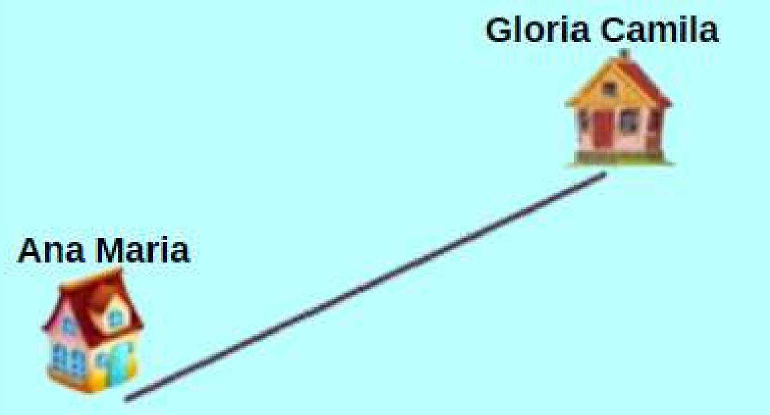
Por tanto, 18 representa el 2/3 de veces disparadas, por lo que para encontrar el total de tiros encontremos el valore de los 3/3

2/3 equivale a 18 veces

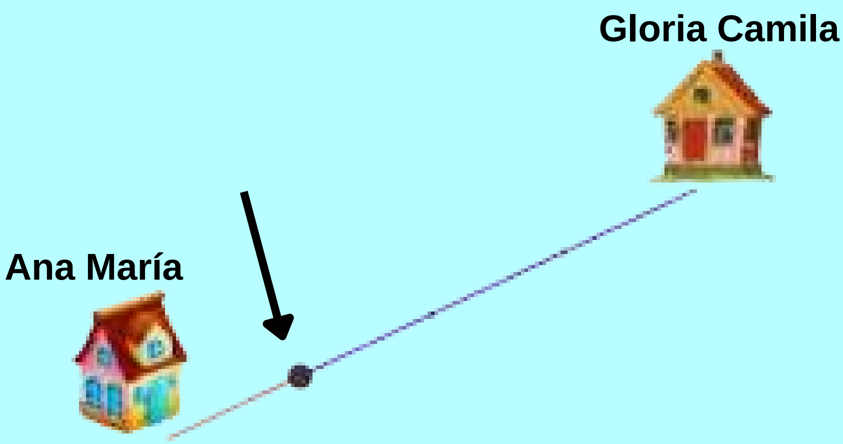
2/3 es 2 veces 1/3 y 2 (9)=18, lo que significa que 1/3 representa 9 y 3/3 es 3 veces 1/3 lo que representa 3 veces 9, es decir 3 x 9 = 27 y 27 es un múltiplo de 3.

Respuesta: Se dispararon 27 veces de las cuales 18 no fallaron .

2. Ana María y Gloria Camila viven en una calle inclinada, Ana abajo y Gloria arriba. Cuando una de ellas está bajando lo hace tres veces más rápido que la que está subiendo.
Razona en qué lugar de la calle se encontrarán si ambas salen de su casa a la misma vez. Te dejamos un esquema para que sitúes razonadamente el punto de encuentro



Si Gloria está bajando lo hará tres veces más rápido de lo que sube Ana, por lo que cuando se encuentren, Gloria habrá recorrido tres veces más que Ana.



Respuesta: se encontrarán a una cuarta parte de distancia de la casa de Ana y a tres cuartas partes de la casa de Gloria.

3. Una sucesión formada por números naturales de un solo dígito inicia con los números a y b (a es el primer término y b es el segundo término). A partir del tercero, cada término es el último dígito del producto de los dos términos anteriores. Si el cuarto término es 1 y el noveno término es 3, halle a+b.

Solución:

1° 2° 3° 4° 5° 6° 7° 8° 9°

a b. 1 3

los productos UXU cuya unidad debe ser 1 son:

1 x 1 = 1

3 x 7 = 21

7 x 3 = 21

9 x 9 = 81

Si b es 1, entonces el siguiente número es 1, y la sucesión quedaría: a **1** 1 **1** 1 1 1 1 **1** y no se cumpliría que el noveno número es 3.

Si b es 3, entonces el siguiente número sería 7 y la sucesión quedaría : a **3** 7 **1** 7 7 9 3 **7** y no se cumple con la condición que el noveno número sea 3.

Si b es **7**, entonces el siguiente número es 3 y la sucesión quedaría: a **7** 3 **1** 3 3 9 7 **3**
y si se cumple que el noveno número se 3.

Ahora que hemos encontrado al número b, solo resta encontrar un número a, tal que al multiplicar por 7 el producto en la unidades resulta 3:

a x 7 = D3, donde de son las Decena, entonces 9 x 7 = 63, por lo tanto a = 9

Respuesta: a+b=9+7=16

SOLUCIONES DE PROBLEMAS DE PRUEBA INDIVIDUAL

Esta sección se muestran algunas de las posibles soluciones de los problemas de la prueba individual aplicado a los niños des sexto grado en la IV OLIMPRI con el fin que los participantes verifiquen sus respuestas y comparen sus procedimientos desarrollados con los sugeridos.

Problemas de respuesta corta

1.Rómulo numeró sus libros de cuentos 1, 2, 3,.... Se sabe que la suma de todos estos números es múltiplo de 100 y menor que 1000. ¿Cuál es el número máximo de libros de cuentos de Rómulo?

Solución:
Todos los números menores que 1000 y múltiplos de 100 son: 100, 200,300,400,500, 600,700,800 y 900.
Al sumar cada caso tenemos que :

Grupos	Sumas de decenas	Sumas de unidades	Suma de grupo	Suma acumulada
1-10	10	1+2+3+4+5+6+7+8+9=45	55	55
11-20	10*9+20=110	1+2+3+4+5+6+7+8+9=45	155	210
21-30	20*9+30=210	1+2+3+4+5+6+7+8+9=45	255	465
31-40	30*9+40=310	1+2+3+4+5+6+7+8+9=45	355	820

El siguiente grupo por patrón suma 455 y al acumular con los anteriores sobre pasa a 1000 por los que no debe se excederse de 40 libros.
La estrategia es sumar los valores acumulados con los números continuos, de tal manera que complementen un múltiplo de 100, como se detalla a continuación:
210 + 21 + 22 + 23 + 24 = 300

Por lo que la suma de los números de24 libros cumple con la condición.

Respuesta: 24 libros

<u>Solución 2:</u> aplicando fórmula de la sumatoria de Gauss

$$Sumatoria\ de\ numeros\ continuos = \frac{n(n+1)}{2}$$

n = representan cantidad de libros.
Si n = 10, entones 10(11)/2 = 55
Si n = 20, entones 20(21)/2 = 210
Si n = 30, entones 30(31)/2 = 465
Si n = 40, entones 40(41)/2 = 820
Para alcanzar un múltiplo de 100, uno de los factores debe terminar en 5, ya se han probado los casos con factores que terminan en 0, por lo que Si n = 24, entonces 24(25)/2 = 300

24 es el único valore cuya sumatoria es múltiplo de 100 menor que 1000.

Respuesta: 24 libros

2.Angela sabe que a Beatriz le gustan los retos matemáticos, por lo que le pide que descubra el número de dos dígitos que está pensando. Para ello, Angela le dice a Beatriz que 3 de las siguientes proposiciones acerca del número son verdaderas y las demás son falsas:

- El dígito de las decenas es 2.
- La suma de sus dígitos es 9.
- El dígito de sus unidades es 5.
- El número es primo.
- El número es múltiplo de 4.
- El producto de sus dígitos es 6.

Con toda esta información, Beatriz puede descubrir el número de Angela. ¿Cuál es este número?

Solución:

El número de es dos dígitos, para encontrarlo, se debe proponer ejemplos que cumplan con 3 de las preposiciones planteadas.

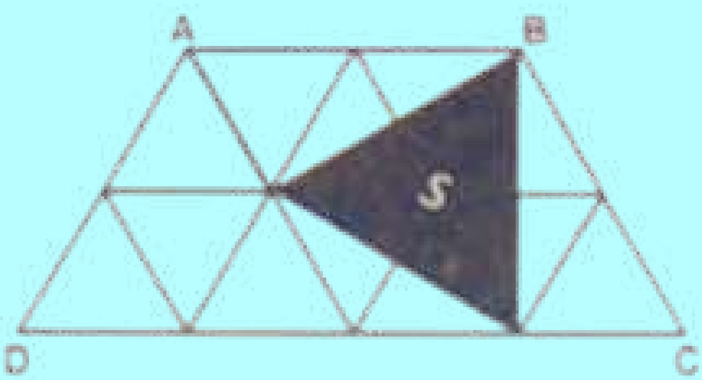
- El dígito de las decenas es 2: 21,22,23,24,25,26,27,28,29
- La suma de sus dígitos es 9: 27
- El dígito de sus unidades es 5: 25
- El número es primo: 23 y 29
- El número es múltiplo de 4: 24,28
- El producto de sus dígitos es 6: 23

El 23 coincide con 3 proposiciones

Respuesta: 23

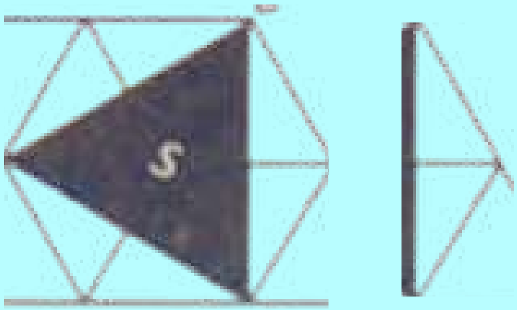
3.En la figura de abajo, el trapecio ABCD está compuesto por 12 triángulos equiláteros iguales. Se ha superpuesto el triángulo negro S que también es equilátero, de tal forma que sus vértices coinciden con los vértices de algunos de los triángulos blancos.

¿Qué proporción del área del trapecio está ocupada por el área del triángulo?



Solución:

Centrados en la región donde se sobrepone el triángulo S, notamos que utiliza partes de 6 de los 12 triángulos del trapecio, por los que se ubica en la mitad de los triángulos.7



Analizando esta región, notamos que cada parte blanca es el área no utilizada, esta formada por dos mitades de triángulos y unidos conforman uno solo y eso se refleja 3 veces por los que el área de 3 triángulos de los 6 de la región no son usados, lo que significa que 3 triángulos representan la región sombreada.

Por lo tanto 3 de 12 represente 1/4 de la porción total

Respuesta: 1/4 del área del trapecio.

4.Luis que es muy observador se da cuenta que existe un número $\overline{abc}$ con las siguientes condiciones:

- es mayor a 500,
- es cuadrado perfecto,
- a, b y c son dígitos distintos de cero y distintos dos a dos, y
- curiosamente el número $\overline{cba}$ también es un cuadrado perfecto.

¿Cuál es el número $\overline{abc}$ descubierto por Luis?

Solución:

Todos los cuadrados perfectos mayores que 500, de 3 cifras distintas entre sí y distintas de 0 son:

529, 576,625, 729, 784,841,961

De la lista anterior, hay que invertirlos en cba y verificar cuál de ellos es cuadrado perfecto(tiene raíz cuadrada exacta).

925,675,526, 927,487,148,169

De la lista anterior solo 169 tiene raíz cuadrada exacta.

Respuesta: El número es 961

5.En la siguiente secuencia: 1, 2, 4, 8, 6,... A partir del segundo término, cada término se multiplica por 2 del término anterior y luego se divide por 10 para anotar el resto. ¿Cuál es el número que ocupa el lugar 2023 de la secuencia?

Solución:

Analizar el comportamiento de la secuencia e identificar un ciclo:

Posición 2: 1 x 2 ÷10 = 0, residuo: 2
Posición 3: 2 x 2 ÷10 = 0, residuo: 4
Posición 4: 4 x 2 ÷10 = 0, residuo: 8
Posición 5: 8 x 2 ÷10 = 1, residuo: 6
Posición 6: 6 x 2 ÷10 = 1, residuo: 2
Posición 7: 2 x 2 ÷10 = 0, residuo: 4
Posición 8: 4 x 2 ÷10 = 0, residuo: 8
Posición 9: 8 x 2 ÷10 = 1, residuo: 6

Exceptuando el primer número el ciclo se repite con cuatro números , por lo que se puede apartar el primer número y dividir 2022 ÷ 4 = 505, residuo:2
Por lo que se cumplen a partir de la segunda posición 505 ciclo y 2 números más, resultando que el segundo número de la secuencia es 4

Respuesta: el número que ocupe la posición 2023 es 4

Problemas de desarrollo

1.Una abuela de una familia numerosa me comentó que había repartido 100 olimpris entre sus nietos y nietas en partes iguales y le habían sobrado 5 olimpris. Además, el abuelo repartió 150 entre los mismos nietos y nietas, sobrándole en este caso 17 olimpris. ¿Cuántos nietos y nietas en conjunto tenían esta pareja?

Nota:La olimpri es la moneda oficial de las olimpiadas

Solución:

Por los sobrante se tiene que
100 - 5 = 95
150 - 17 = 133

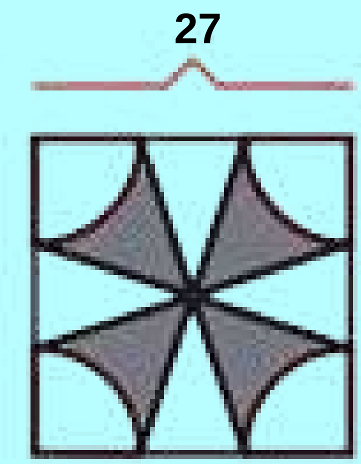
Ahora se debe identificar el máximo común divisor de ambos números
Divisores de 95: 1, 5, **19** y 95

Divisores de 133: 1, 7,**19**,133

19 es el número mayor divisor que coincide en ambas lista

Respuesta: tienen un total de 19 nietos y nietas

2.Observe la siguiente figura compuesta por triángulos, porciones de círculos y un cuadrado.



Además considere que:

- La figura sombreada se construye desde el centro del cuadrado.
- Cada lado del cuadrado se dividió en tres partes de igual medida.
- Cada lado del cuadrado mide 27 cm.

¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, de la parte sombreada de la figura?

Solución:

Datos:

radio de los cuartos de círculos: 9 cm (entre los 4 cuartos de círculos se conforma un solo círculo de radio 9)

Base de los triángulos: 9 cm

Altura de los triángulos 13.5 cm ya que suma la longitud del cuadrado completo con la mitad de la longitud del siguiente (9 + 4.5 = 13.5)

$$área\ sombreada = área\ del\ cuadrado - (área\ del\ ciruculo + área\ de\ los\ triángulos$$

$$área\ sombreada = 27^2 - \left[(3.14 * 9^2) + 4\left(9 * \frac{13.5}{2}\right)\right]$$

$$área\ sombreada = 729 - [(254.34) + (243)]$$

$$área\ sombreada = 729 - 497.34$$

$$área\ sombreada = 231.66$$

Respuesta: El área sombreada es de 231.66 centímetros cuadrados

3. Considere la siguiente información referente a los costos de dos tipos de encuadernados para documentos que tengan 200 o menos hojas: Los encuadernados con resorte valen 1250 olimpris y el encuadernado cosido vale 1400 olimpris.
Si se sabe que cierto día se realizaron 43 encuadernados y por ellos se cobró en total, 56,300 olimpris, entonces, ¿Cuántos encuadernados con resorte, se realizaron ese día?

Datos:
Valor de encuadernados con resorte: 1250 olimpris
Valor de encuadernados cosidos: 1400 olimpris
Cantidad de encuadernados con resorte: r
Cantidad de encuadernados cosidos: c
Total de encuadernados: 43
Cobro total: 56,300 olimpris

Solución 1:
Buscar valores de r y c que cumplan simultáneamente ambas condiciones:

$r + c = 43$
$1250r + 1400c = 56{,}300$

Condición: r debe ser un número par para que el resultado sea en centena enteras.

r	c	r+c= 43	1250r+1400c=56,300	¿Cumple?
20	23	20+23=43	1250(20) +1400(23) =57,200	no
22	21	22+21=43	1250(22) +1400(21) =56,900	no
24	19	24+19=43	1250(24) +1400(19) =56,600	no
26	17	26+17=43	1250(26) +1400(17) =56,300	si

Respuesta: Se realizaron 26 encuadernados con resorte ese día.

Solución 2:

Resolver por sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} r + c = 43 \\ 1250r + 1400c = 56{,}300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 43 - r \\ 1250r + 1400(43 - r) = 56{,}300 \end{cases}$$

$$1250r + 1400(43 - r) = 56{,}300$$

$$1250r + 60{,}200 - 1400r = 56{,}300$$

$$1250r - 1400r = 56{,}300 - 60{,}200$$

$$-150r = -3900$$

$$150r = 3900$$

$$r = \frac{3900}{150}$$

$$r = 26$$

Respuesta: Se realizaron 26 encuadernados con resorte ese día.

SOLUCIONES DE PROBLEMAS DE PRUEBA GRUPAL

Esta sección se muestran algunas de las posibles soluciones de los problemas de la prueba grupal aplicado a los equipos de sexto grado en la IV OLIMPRI con el fin que los participantes verifiquen sus respuestas y comparen sus procedimientos desarrollados con los sugeridos.

1.José, Irene, David, Íany Ana están jugando a los animales y pueden elegir entre ser león o pantera. Los leones dicen siempre la verdad mientras que las panteras mienten siempre. Les preguntamos y nos responden lo siguiente

a. Ana dice que Jose es un león.
b. Irene dice que David es una pantera.
c. Ían dice que Ana no es una pantera.
d. Jose dice que Irene no es un león.
e. David dice que Ana e Ían son animales distintos.

¿Cuántas panteras hay?

Solución:

Teniendo en cuenta que los leones dicen siempre la verdad y que las panteras mienten siempre.

Supongamos que Ana dice la verdad
Entonces Jose dice la verdad
En consecuencia, Irene miente,
Lo que indica que David dice la verdad y

Ésto implica que Ían es lo contrario a Ana, es decir, Ían miente. Pero si Ían miente, entonces Ana debe mentir en contra de lo que hemos supuesto al principio.
Así que necesariamente, Ana tiene que mentir.

Dado que Ana miente, Jose también debe mentir y si Jose miente, Irene dice la verdad y, por tanto David miente, por lo que se puede deducir que Ana e Ían son el mismo animal, así que Ían miente.

En resumen, solo Irene dice la verdad y los otros 4 mienten.

Respuesta : hay 4 panteras.

2.Fernando cuida mucho el medio ambiente y él recicla el vidrio, el papel y los envases de plástico. El plástico lo saca cada dos días, el vidrio cada tres días y el papel cada cuatro días. Hoy sábado 9 de diciembre se han sacado los vidrios, los envases y el papel, además de la basura orgánica que se saca a diario. Hay que tener en cuenta que los domingos solo podremos sacar basura orgánica, no hay servicio de reciclaje, por lo que si hubiera que sacarlo el domingo se dejaría para el lunes.

a) ¿Qué día se volverá a sacar nuevamente vidrios, papel y envases?

b) ¿Y qué día coincidirán por segunda vez los tres reciclados?

c) Hay un día de la semana en el que solo se reciclan plásticos, ¿Qué día es ese?

<u>Solución:</u>

No tendremos en cuenta la basura orgánica, ya que se saca a diario, incluido el domingo.
Si hablamos de plásticos, vidrio y papel, volverán a coincidir cada 12 días, que es el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 4.
Si no hubiera la restricción del domingo, se sacaría todo de nuevo el 21 de diciembre.

Éste es el esquema semanal del reciclaje, teniendo en cuenta que Pl (plásticos); V (vidrio); Pa (papel).

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
					Pl-V-Pa 9/12/23	
Pl	V	Pl	Pa	Pl-V		
Pl-V	Pa	Pl	V	Pl		
Pl-V-Pa 25/12/23		Pl	V	Pl	Pa	
Pl-V		Pl	V-Pa	Pl		
Pl-V	Pa	Pl	V	Pl		
Pl-V-Pa 15/1/24		Pl	V	Pl	Pa	
Pl-V		Pl	V-Pa	Pl		
Pl-V	Pa	Pl	V	Pl		
Pl-V-P		Pl	V	Pl		

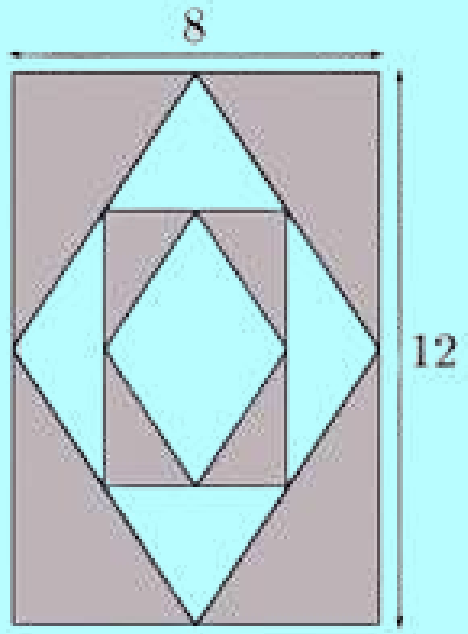
Respuesta:

a) Coincidirían los tres reciclajes el lunes 25 de diciembre, día de Navidad.

b) El siguiente día en el que se volverán a reciclar los tres será 21 días después, es decir, el 15 de enero.

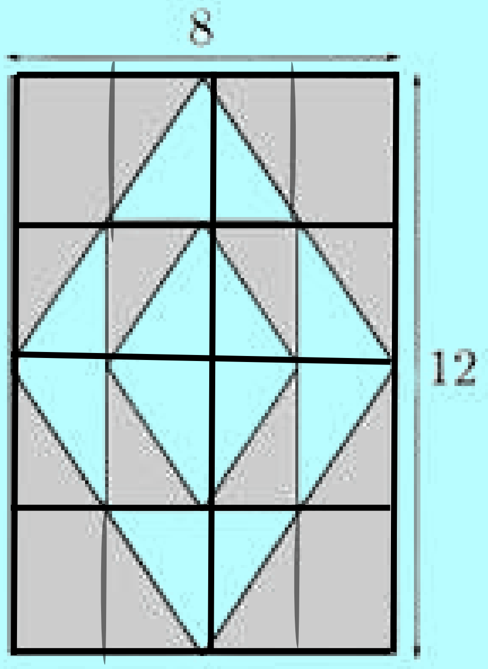
c) Los miércoles se reciclarán solo plásticos.

3. A continuación se muestra una figura formada por un rectángulo grande que tiene en su interior un rombo grande con vértices en los puntos medios del rectángulo grande.
Además, dentro del rombo grande hay un rectángulo pequeño que tiene como vértices los puntos medios de los lados del rombo grande y dentro del rectángulo pequeño hay un rombo pequeño que tiene sus vértices en los puntos medios de los lados del rectángulo pequeño.
Halle el área de la parte sombreada.



Solución:

Al dividir la figura con segmentos que pasen por los vértices de los rectángulos y los rombos mencionado, obtenemos la siguiente figura.



Se forman 16 rectángulos iguales.
La base de cada rectángulo pequeño es el resultado de dividir 8/4 = 2

La altura de cada rectángulo pequeño es el resultado de dividir 12/4 = 3

Por lo que cada rectángulo pequeño tiene un área de:
a = b x h
a = 2 x 3
a = 6 unidades cuadradas

Si el área de cada triángulo blanco es la mita de cada rectángulo, significa que cada triángulo blanco tiene un área de 3 unidades cuadradas y en total de área blanca tenemos 12 x 3 unidades cuadradas = 36 unidades cuadradas

El área del rectángulo grande es:
a = b x h
a = 8 x 12
a = 96

96 unidades cuadradas.

Para encontrar el área sombreada, se debe restar del área del rectángulo grande el área blanca, teniendo que:

área sombreada= área del rectángulo grande - área blanca
= 96 - 36
= 60

Respuesta: El área sombreada es de 60 unidades cuadradas.

CRÉDITOS

Agustín Barreto
Sergio Canaviri
Jorge Hernán Aristizábal Zapata
Mónica Andrea Mora Badilla
María Ángeles Pérez Rojo
Rubén Alejandro Águeda Altúzar
Juan Neyra Faustino
Alen Martinez

Editores:

David Enrique Letona Chinchilla
Lilibeth Carolina López Zavala

REFERENCIAS

1. Examen Canguro Matemático Mexicano (2021). Nivel Benjamín. https://shi.matmor.unam.mx/omm/recursos/canguro/previos/benjamin21.pdf